

Tegyük fel, hogy van olyan N természetes szám, amelyre

$$(1) \quad n^2 + 46n + 4441 = N^4.$$

A bal oldal első két tagját négyzetté egészítve ki és a keletkező négyzetet P^2 -tel jelölve

$$(n + 23)^2 + 3912 = P^2 + 3912 = N^4.$$

Innen

$$3912 = N^4 - P^2 = (N^2 - P)(N^2 + P).$$

Mostmár P és N létezése azon múlik, lehet-e a 3912 számot úgy felbontani két egész szám szorzatára, hogy a tényezők számtani közepe – ti. N^2 – négyzetszám. Törzsszám hatványok szorzatára bontva $3912 = 2^3 \cdot 3 \cdot 163$. Ennek minden kéttényezős felbontásában az egyik tényező páros. Ezért elég az olyan felbontásokkal foglalkozni, amelyekben a másik tényező is páros, mert egy páros és egy páratlan szám számtani közepe nem egész. Így mindkét tényezőt 2-vel osztva

$$\frac{N^2 - P}{2} \cdot \frac{N^2 + P}{2} = 978 = 2 \cdot 3 \cdot 163.$$

A 978 kéttényezős felbontásai és azokban a tényezők összege:

$978 = 1 \cdot 978,$	$2 \cdot 489,$	$3 \cdot 326,$	$6 \cdot 163;$
összeg 979;	491;	329;	$169 = 13^2,$

az utolsó megfelelő. Eszerint

$$\frac{N^2 - P}{2} = 6, \quad \frac{N^2 + P}{2} = 163, \quad N^2 = 169, \quad P = 157,$$

végül $n + 23 = \pm P = \pm 157$. Mindezek szerint két olyan n egész szám van: $n_1 = -180$ és $n_2 = 134$, amelyek mellett az $n^2 + 46n + 4441$ kifejezés egy természetes szám negyedik hatványával: $169^2 = 13^4$ -nel egyenlő.

Kerényi István (Budapest, Bláthy O. erősáramú ip. t. IV. o. t.)

Megjegyzés. Lényegében ugyanerre a megoldásra jutunk, ha azt vizsgáljuk, milyen N mellett ad (1) mint n -re vonatkozó egyenlet egész gyököt, hiszen ezt az egyenletet oldottuk meg képlet helyett teljes négyzetté kiegészítéssel.