Legyen az ABC háromszögben $AB=c=441$ m, $BAC\sphericalangle=\alpha=16{,}2°$, $ABC\sphericalangle=\beta=40{,}6°$, továbbá $BC=a$, és $CA=b$, a B-ből húzott magasság talppontja B_1, $BB_1=m$ és $AB_1=c_1$, így $ABB_1\sphericalangle=\beta_1=73{,}8°$.

I. Alkalmazzuk az 1151. feladatban vizsgált képletet az ABB_1 derékszögű háromszög mindkét szögére (a megfelelő görög betűvel jelöljük a szögek radiánban vett mértékszámát is; ez nem okoz félreértést).

$$\frac{3m}{2c+c_1}=\alpha, \qquad \frac{3c_1}{2c+m}=\beta_1,$$

így elsőfokú egyenletrendszert kapunk az m, c_1 befogókra:

$$3m-\alpha c_1=2c\alpha, \qquad -\beta_1 m+3c_1=2c\beta_1,$$

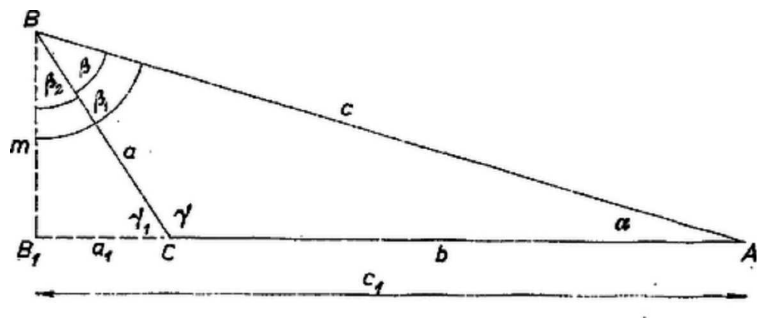
amiből

$$m=\frac{2c\alpha(\beta_1+3)}{9-\alpha\beta_1}, \qquad c_1=\frac{2c\beta_1(\alpha+3)}{9-\alpha\beta_1}.$$

Itt

$$\alpha\approx\frac{16{,}2\cdot 11}{630}\approx 0{,}2828, \qquad \beta_1\approx\frac{73{,}8\cdot 11}{630}\approx 1{,}288,$$

a további számításokban is 4 értékes jegyet írunk ki: $m\approx 123{,}9$, $c_1\approx 431{,}9$.



Most a BCB_1 derékszögű háromszög a átfogóját és $CB_1=a_1$ befogóját számítjuk ki az m befogóból és a $CBB_1\sphericalangle=\beta_2=\beta_1-\beta=73{,}8°-40{,}6°=33{,}2°$ és $BCB_1\sphericalangle=\gamma_1=\alpha+\beta=56{,}8°$ szögekből. Ez az eljárás a 825. gyakorlatban látható,[1] a jelölések kellő megváltoztatásával:

$$a_1=\frac{\beta_2}{\gamma_1}\cdot\frac{\gamma_1+3}{\beta_2+3}\cdot m, \qquad a=\frac{9-\beta_2\gamma_1}{2\gamma_1(\beta_2+3)}\cdot m.$$

Innen $a_1\approx 87{,}6$, $a\approx 147{,}0$, tehát $b=c_1-a_1\approx 344$.

II. Pontos számítással a színusz–tétel alapján $a=147$ m és $b=343$ m adódik.

Kulcsár Gyula (Pannonhalma, Benedek–rendi g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. A megoldások számos különböző úton jutottak eredményre. Sokan használták pl. a Pythagorász–tételt. Néhány dolgozat közvetlen képletet írt fel a és b-re, sokkal gyakoribb azonban a számadatok korai beírása, ami azután a számítás áttekinthetőségét csökkenti. Vegyük észre pl., hogy az $\alpha\beta_1$ szorzat külön kiszámítása után könnyű az $\alpha(\beta_1+3)$ és $\beta_1(\alpha+3)$ szorzatok kiszámítása, és ez ismétlődik $\beta_2\gamma_1$, $\beta_2(\gamma_1+3)$ és $\gamma_1(\beta_2+3)$ esetében.

2. Feladatunk „az 1151. feladat felhasználásával” írta elő az oldalak meghatározását. Elvileg pontosabb közelítő értéket kapnánk, ha az ott szereplő közelítő képleten kívül a szög pontos és közelítő értéke közti eltérésre vonatkozó (kb. 10°-os lépésekben megadott) táblázatot is figyelembe vesszük. Pl. egy 40° körüli szög radiánra átszámított mértékszámát $8\cdot 10^{-4}$-nel csökkentve lett volna célszerű felhasználni.

[1] Lásd 145. o.