

Egyszerűsítés végett legyen átmenetileg:

$$a + b = x, \quad b + c = y, \quad c + a = z.$$

Ezekkel részbeni beszorzás és alkalmas átcsoportosítás után kiemelhető az $x + 2y$ tényező:

$$\begin{aligned} K &= 2xy(x + 2y) + 2yz(y + 2z) + 2zx(z + 2x) + 9xyz = \\ &= 2xy(x + 2y) + (2y^2z + xyz) + (2xz^2 + 4yz^2) + (4x^2z + 8xyz) = \\ &= 2xy(x + 2y) + yz(x + 2y) + 2z^2(x + 2y) + 4xz(x + 2y) = \\ &= (x + 2y)(yz + 2xy + 2z^2 + 4xz). \end{aligned}$$

A második tényező további kiemeléssel:

$$y(z + 2x) + 2z(z + 2x) = (y + 2z)(z + 2x),$$

ennélfogva az eredeti változókat visszavéve

$$\begin{aligned} K &= (x + 2y)(y + 2z)(z + 2x) = \\ &= (a + 3b + 2c)(b + 3c + 2a)(c + 3a + 2b). \end{aligned}$$

Kőszegi László (Baja, III. Béla g. IV. o. t.)

Megjegyzés: Ha az x, y, z jelölések bevezetése után a kifejezést x hatványai szerint rendezzük,

$$(2y + 4z)x^2 + (4y^2 + 9yz + 2z^2)x + (2y^2z + 4yz^2)$$

adódik. Itt az első és utolsó tag osztható $y + 2z$ -vel és kipróbálás mutatja, hogy a középső is. A kiemelés után maradó kifejezésnek x -re a 0-helyeit megkeresve eljutunk ismét a fönt nyert felbontáshoz.

Lehel Jenő (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. IV. o. t.)