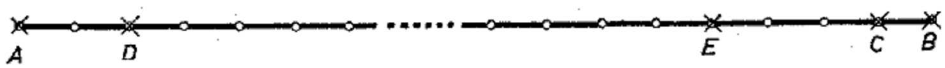
I. megoldás. Szorítkozzunk eleve az $n \geqq 4$ esetre. A szomszédos osztópontok távolságát válasszuk egységnek. A kezdőponttól indulva az egymás utáni kiragadott pontok távolsága a megelőzőtől legyen sorra $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Ezek összege $n(n+1)/2$. Ha van köztük két egyenlő, akkor az állítás igaz, feltehetjük tehát, hogy mind különbözők. Ekkor összegük legalább $1+2+\ldots+n=n(n+1)/2$, ami éppen megegyezik a pontsor hosszával, tehát $x_1, x_2, \ldots, x_n$, az 1, 2, …, n értékekkel egyenlő valamilyen sorrendben.

Ha a második szomszéd pontok távolságai közt is előfordul ezeknek az értékeknek valamelyike, akkor ismét teljesül a feladat állítása; feltehetjük tehát, hogy ezek a távolságok n-nél nagyobbak és különbözők. Ekkor az 1 egységnyi szakasznak csak egy szomszédja lehet, az n hosszúságú, tehát az egyik szélső szakasz egységnyi, és ettől a széltől a második pont $n+1$ távolságra van. Ekkor azonban a 2 egységnyi távolságnak is egyetlen szomszédja az n egységnyi lehet, mert a többivel $n+1$ hosszúságú, vagy annál kisebb szakaszt ad, és ilyenek már vannak. Így azonban legfeljebb 3 szakasz szerepelhet, holott feltettük, hogy n, ami a szakaszok számát is adja, legalább 4. Ellentmondásra jutottunk, kell tehát, hogy a feladat állítása helyes legyen.

II. megoldás. Jelöljük az $(n^2+n)/2=N$ részre osztott szakasz végpontjait A, B-vel. Az $n+1$ kiragadott pont által kifeszített szakaszok száma is N, mert az egyik végpontot $n+1$-féleképpen választhatjuk, a másikat a maradó n pont közül n-féleképpen, az így adódó $(n+1)n$ megválasztásban azonban minden szakasz kétszer szerepel, ti. a végpontok megcserélésével. Így csak akkor lehet minden szakasz különböző, ha 1-től N-ig minden érték fellép, mint szakasz hossza.



N hosszúságú maga az AB szakasz. $N-1$ hosszúságú szakaszt csak az egyik végponttól – jelöljük ezt A-val – a másik előtti C osztópontig jelölhetünk ki. Most már az $N-2$ hosszúság kijelölését nem kezdhetjük A-tól, mert akkor a C előtti osztópontot is ki kellene választanunk, és így két db egységnyi szakasz adódna, sem ugyanilyen okból az A melletti osztóponttól, így csak az A utáni második D osztóponttól B-ig terjedő szakasz lehet a kiválasztott $N-2$ hosszúságú szakasz. Ezzel egyszersmind ki van jelölve egy $N-3$ hosszúságú szakasz is: CD és egy 2 hosszúságú: AD.

Nem választható most már ki a D-t követő első két osztópont, sem a C-t megelőző kettő, így a kiválasztott $N-4$ hosszúságú szakasz csak az A-tól a B előtti negyedik osztópontig, E-ig terjedő szakasz lehet, a többi $N-4$ hosszúságú szakasznak legalább az egyik végpontja nem kiválasztható. Az E kiválasztásával létrejött többi szakasz hossza: $DE=N-6$, $EC=3$, $EB=4$. Így nem kiválasztható a D-t követően két további pont és az E-t megelőző négy osztópont sem. Ezzel azonban minden az osztópontok közti $N-5$ hosszúságú szakasznak legalább egyik végpontját kizártuk. Eszerint a kívánt kiválasztás legfeljebb akkor lehetséges, ha $N-5$ szerepel a már kijelölt 1, 2, 3, 4 hosszúságok közt: $N-5 \leqq 4$, $N \leqq 9$. Mivel $n=4$-re már $N=10$, így $n \leqq 3$ kell legyen a feladat állításának megfelelően.

Lakó Ferenc (Budapest, Rákóczi F. g. III. o. t.)