I. Az a_1, b_1, c_1 oldalhosszakkal szerkesztett háromszög t_1 területe Heron tételével

$$t_1 = \sqrt{\frac{3b_1}{2} \cdot \frac{b_1+2}{2} \cdot \frac{b_1}{2} \cdot \frac{b_1-2}{2}} = \frac{b_1}{4}\sqrt{3(b_1^2-4)},$$

és ez a feltevés szerint egész szám. Hasonlóan az $a_2 = b_2 - 1 = b_1^2 - 3$, $b_2 = b_1^2 - 2$, $c_2 = b_1^2 - 1$ oldalhosszakkal szerkesztett háromszög t_2 területe

$$t_2 = \sqrt{\frac{3b_1^2-6}{2} \cdot \frac{b_1^2}{2} \cdot \frac{b_1^2-2}{2} \cdot \frac{b_1^2-4}{2}} = \frac{b_1(b_1^2-2)}{4}\sqrt{3(b_1^2-4)} = \\ = (b_1^2-2)t_1 = b_2 t_1,$$

a feltevések szerint valóban egész szám.

Eszerint az első háromszög felhasznált tulajdonságait – ti. a rendezett oldalhosszak 1 egységenként való növekedését és a terület egész voltát – a második háromszög örökölte. Ezért a belőle hasonlóan képezett

$$a_3 = b_3 - 1 = b_2^2 - 3, \quad b_3 = b_2^2 - 2, \quad c_3 = b_3 + 1 = b_2^2 - 1$$

oldalhosszakkal szerkesztett háromszög területe is egész szám, és az eljárás ismétlésével akárhány ilyen háromszög felírható.[1]

II. $b_1 = 4$-gyel a további két oldalhármas 13, 14, 15, ill. 193, 194, 195.

Az első háromszög derékszögű, szögei:

$$\alpha_1 \approx 36{,}9^\circ, \qquad \beta_1 \approx 53{,}1^\circ, \qquad \gamma_1 = 90^\circ.$$

A második háromszög szögei a koszinusz tételből:

$$\alpha_2 \approx 53{,}1^\circ, \qquad \beta_2 \approx 59{,}5^\circ, \qquad \gamma_2 \approx 67{,}4^\circ.$$

α_2 és β_1 egyenlősége nem véletlen. Ugyanis általában

$$\cos\beta_1 = \frac{a_1^2 + c_1^2 - b_1^2}{2a_1c_1} = \frac{b_1^2+2}{2(b_1^2-1)} \left(= \frac{b_2+4}{2(b_2+1)}\right), \quad \text{és}$$
$$\cos\alpha_2 = \frac{b_2^2 + c_2^2 - a_2^2}{2b_2c_2} = \frac{b_1^4-4}{2(b_1^2-2)(b_1^2-1)} = \frac{b_1^2+2}{2(b_1^2-1)}.$$

Így a harmadik háromszögben csak β_3-at és γ_3-at számítjuk. Hasonlóan általában

$$\cos\gamma_2 = \frac{b_1^2-6}{2(b_1^2-3)} = \frac{a_2-3}{2a_2}.$$

$\cos\beta_3 \approx 0{,}5000$ (lekerekítéssel), így $\beta_3 \approx 60{,}0^\circ$ (felkerekítéssel), $\gamma_3 \approx 60{,}5^\circ$.

Végül az 51, 52, 53 oldalhármasból:

$$\alpha \approx 58{,}1^\circ, \qquad \beta \approx 60{,}0^\circ \text{ (felkerekítéssel)}, \qquad \gamma \approx 61{,}9^\circ.$$

Ez a háromszög az oldalak nagyságát tekintve beilleszthető a fenti második és harmadik háromszög közé, és ekkor szögei is a megfelelő szögek közé esnek:

b:	4,	14,	52,	194;
α:	36,9°,	53,1°,	58,1°,	59,5°;
β:	53,1°,	59,5°,	60,0°,	60,0°;
γ:	90°,	67,4°,	61,9°,	60,5°.

Lovász László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. I. o. t.)

[1] A leszármaztatott háromszög nem azonos a kiindulási háromszöggel, mert $c_1 - b_1 = 1$, ezért $a_1 > 1$, $b_1 \geq 3$, így pedig $b_2 - b_1 = b_1^2 - b_1 - 2 = \left(b_1 - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq \frac{25}{4} - \frac{9}{4} > 0$, még inkább $b_3 - b_2 > 0$, és így tovább. Mindezek ún. „racionális háromszögek", azaz mindegyik szögük mindegyik trigonometriai függvényének értéke racionális azám. Ez a koszinuszokra a koszinusz tétel alapján már az oldalak racionális voltából következik, a színuszokra pedig pl. a $2t = ab\sin\gamma$ képletből.