I. megoldás. (2) felhasználásával (1) ígyalakítható:

$$10^3a+10^2b+10c+d=8a^2+24b^2+a+b,$$

$$999a+99b+10c+d=8a^2+24b^2. \tag{3}$$

Itt egy tag sem negatív. Ezért a bal oldalon csak az első tagot megtartva ez az oldal csökken, vagy változatlan marad. A jobb oldal viszont növekszik, vagy változatlan marad, ha a és b helyére legnagyobb lehetséges értéküket írjuk, 9-et. Így következő egyenlőtlenséget kapjuk:

$$999a \leqq (8+24)9^2=2592, \quad \text{amiből} \quad a \leqq 2.$$

Másrészt mint kezdő számjegy $a \geqq 1$. Nem jöhet azonban szóba $a=2$, mert így (3)-ból

$$10c+d=24b^2-99b-1966,$$

és itt a jobb oldal minden b számjegyre negatív, ugyanis

$$24b^2-99b-1966 \leqq 24b^2-1966 \leqq 24\cdot 81-1966=-22.$$

Marad tehát, hogy $a=1$. Hasonló megoldás mutatja, hogy $a=1$ mellett is csak $b=9$ lehetséges, mert $a=1$, $b=8$ mellett még $10c+d=-254$, lehetetlen. Így c, d-re (2)-ből és (3)-ból

$$c^2+d^2=40, \quad 10c+d=62.$$

E rendszer két megoldása közül csak $c=6$, $d=2$ tagjai felenek meg számjegy gyanánt. – Ezek szerint a keresett szám 1962; ez valóban kielégíti mindkét feltételt.

Bak Zsuzsanna (Ráckeve, Ady E. Gimn. III. o. t.)

II. megoldás. (2) szerint b^2-a^2 páros, ezért vagy b^2 és a^2 mindegyike páros, vagy mindegyikük páratlan. Így ugyanaz áll b és a-ra, mert páros négyzetszám alapja páros, páratlan négyzetszámé pedig páratlan. Ezért $a+b$ páros, vele (1) jobb oldala is páros, tehát d páros. Másrészt c^2+d^2 is páros, mert egyenlő b^2-a^2 felével, márpedig $b^2-a^2=(b-a)(b+a)$, mindkét tényezője páros, s így a szorzat osztható 4-gyel. Ennélfogva c^2 és vele c is páros.

Továbbá (2) szerint $b>a$, és a baloldal legnagyobb lehetséges értéke $9^2-1^2=80$, ezért c^2+d^2 nem lehet nagyobb 40-nél. Így a c, d számjegypárra csak az alábbi 7 értékpár jön szóba, belőlük (2) alapján könnyen megkapjuk a mellettük lehetséges a, b értékpárokat, és így kiszámíthatjuk (1) jobb oldalának J értékét. (A jobb oldal c és d-ben szimmetrikus, így c, d felcserélése felesleges.) Ha így az éppen használt a, b, c, d számjegyekkel felírt szám adódik ki, akkor megoldást kaptunk. Csak az első ilyen próba sikeres, a keresett szám 1962.

c, d	b^2-a^2	b	a	J	
6, 2	80	9	1	1962	megoldás
6, 0	72	9	3	2028	
4, 4	64	8	0	nem felel meg, mert $a>0$	
4, 2	40	7	3	1258	
4, 0	32	6	2	904	
		9	7	2352	
2, 2	16	5	3	680	
2, 0	8	3	1	228	

Hanák Péter (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. III. o. t.)