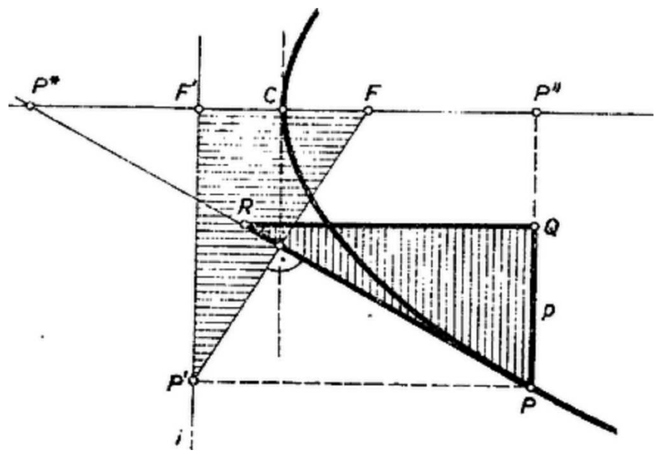
**I. megoldás.** Legyen az $F$ fókusz és a $P$ pont vetülete az irányvonalon $F'$, ill. $P'$, továbbá $P$ vetülete a tengelyen $P''$. Így a feladat szerint $PQ = p = FF'$, másrészt $QR = P''P = F'P'$, eszerint a $Q$-nál, ill. $F'$-nél derékszögű $PQR$ és $FF'P'$ háromszögek egybevágók.




E háromszögek mondott körüljárási irányai megegyezők, mert a szerkesztés szerint a $P$, $Q$, $R$ körüljárási irány egyezik a $P$, $P''$, $F'$ iránnyal, az utóbbi a $PP''F'P'$ konvex négyszög (téglalap) körüljárásával, s így megegyezik a $P''F'P'$ körüljárással is, végül az $FF'$ irány ugyanaz, mint a $P''F'$ irány. Így a két háromszög egymásba síkbeli forgatással átvihető. Ámde $PQ \perp FF'$, ezért $PR \perp FP'$.

A parabola ismert tulajdonsága, hogy a $P$-beli érintője azonos az $FP'$ szakasz felező merőlegesével. Minthogy pedig $P$-n át $FP'$-re csak egy merőleges húzható, a $PR$ egyenes azonos a parabola $P$-beli érintőjével.

*Fazekas Patrik* (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. III. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. Lényegében azonos megoldást kapunk a parabola azon tulajdonságainak felhasználásával, hogy a $P$-beli érintőnek a tengellyel való $P^*$ metszéspontja azonos $P''$-nek a parabola $C$ csúcsára való tükörképével, vagy hogy $F$-nek az érintőn levő vetülete rajta van a $C$-beli érintőn.

2. Meggondolásunk nem érvényes arra az esetre, ha $P$ azonos $C$-vel. Erre az esetre $Q$ szerkesztése kétértelmű, azonban bármelyik lehetőségből kiindulva közvetlenül látható az állítás helyessége.

**II. megoldás.** Legyen a parabola egyenlete $y^2 = 2px$, $(p > 0)$; induljunk ki a pontból. A $C$ csúcspontot egyelőre kizárva az általánosság korlátozása nélkül feltehetjük, hogy $y_1$ pozitív (amiből $x_1 > 0$ is következik), mert a parabola két, a tengelyre tükrös pontjából kiindulva az előírt szerkesztés a tengelyre tükrös egyenesekre vezet, márpedig tükrös pontokban az érintők is tükrösek.

Az előírás szerint $Q$ koordinátái $(x_1,\, y_1 - p)$, $R$-éi $(x_1 - y_1,\, y_1 - p)$, így az $RP$ egyenes iránytényezője és egyenlete:

$$\frac{y_1 - (y_1 - p)}{x_1 - (x_1 - y_1)} = \frac{p}{y_1}, \qquad y - y_1 = \frac{p}{y_1}(x - x_1).$$

Innen rendezéssel

$$yy_1 = p(x - x_1) + y_1^2 = p(x + x_1) + (y_1^2 - 2px_1) = p(x + x_1)$$

(felhasználtuk, hogy az utolsó előtti alak második zárójeles különbsége 0, mert $P$ rajta van a parabolán). Így pedig a kapott egyenlet azonos a felvett parabola érintője egyenletének emlékezetben tartásra ajánlott alakjával.

Ha $y_1 = 0$, s így $x_1 = 0$, vagyis $P$ azonos a $C$ csúccsal, akkor $Q$ gyanánt a $(0, p)$ és $(0, -p)$ pontok egyaránt szóba jönnek, $R$ mindkettőben azonos $Q$-val, és így $RP$ egyenlete $x = 0$, vagyis az $Y$-tengely. Az állítás ekkor is helyes.

*Máté Zoltán* (Bonyhád, Petőfi S. g. III. o. t.)