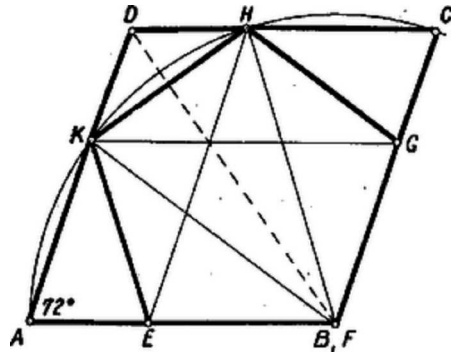


Az adott $ABCD = R$ rombusznak legalább az egyik oldalára az $EFGHK = P$ szabályos ötszögnek legalább két csúcsa esik, és világos, hogy egy oldalára legfeljebb két, mégpedig két szomszédos ötszögcsúcson esik. Válasszuk a betűzést úgy, hogy a rombusz AB oldalán legyen az ötszög EF oldala, és A -nál 72° -os szög legyen. Így G nem lehet a CD oldalon, mert akkor H a rombuszon kívül lenne, tehát BC -n kell lennie.



Mivel $\angle ABC = 108^\circ = \angle EFG$, ez csak úgy lehet, ha F a B csúcsba esik. Az ötszögből a rombuszt tehát úgy kapjuk, hogy az ötszög EF és FG oldalát meghosszabbítjuk és ezeket elmetsszük a H -n át EF -fel és a K -n át FG -vel húzott párhuzamossal. Be kell látnunk, hogy az így keletkező paralelogramma valóban rombusz. Ez következik abból, hogy az ábrát az ötszög F -ből induló szögfelezőjére tükrözve egyfelől EF és FG , másfelől H és K egymás tükörképei lesznek, párhuzamos egyeneseknek pedig a képei is párhuzamosak, tehát a paralelogramma önmagába megy át, így az EF és FG egyenesen levő oldalai egyenlők, tehát a négyszög rombusz (és a tükrözési tengely átlója).

Ha R van adva, akkor P -t könnyen megszerkeszthetjük, ha megfigyeljük még, hogy BCH és (ABK) egyenlő szárú háromszög. Ugyanis $BH \parallel EK$, s így $\angle BHC = \angle KEA = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ = \angle BCH$, tehát $BC = BH (= BK)$. Így H -t és K -t a B körül BC sugárral írt körrel metszhetjük ki a CD és DA oldalból, majd E -t, ill. G -t a H -n át BC -vel, ill. K -n át AB -vel párhuzamosan húzott egyenessel AB -ből, ill. BC -ből.

Jelöljük a rombusz oldalát c -vel, az ötszögét a -val. Az éppen felhasznált BCH háromszögből GH hozzá hasonló HCG háromszöget metsz le,¹ mert $\angle HGC = 72^\circ = \angle HCG$, így $HC = HG = a$, és

$$\frac{HC}{BC} = \frac{GC}{HC}, \quad HC^2 = BC \cdot GC, \quad \text{azaz} \quad a^2 = c(c - a).$$

Ezt a szerint rendezzük és a -ra megoldjuk (a pozitív gyököt véve):

$$a^2 + ac - c^2 = 0, \quad a = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} c.$$

Chikán Attila (Eger, Gárdonyi G. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. Figyeljük meg, hogy az adott paralelogrammáról nem lett volna szükséges kikötni, hogy rombusz, ez következett a szögek ismeretében abból, hogy szabályos ötszöget lehet beleírni.

¹Ugyanezt a számítást végeztük el az 1157. feladatban $\cos 36^\circ$ kiszámításához. Lásd ezen számunk 118. oldalát.