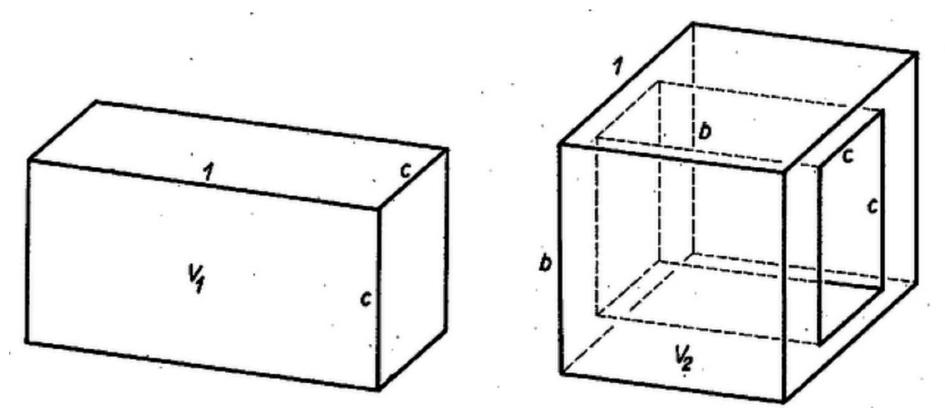
A 3 kiemelt résztest és a maradéktest térfogatai egyenlők, tehát mindegyiké $1/4\ \mathrm{dm}^3$. Az először kiemelt résztest tömör négyzetes oszlop, térfogata

$$V_1 = c^2 \cdot 1 = 1/4, \quad \text{innen} \quad c = 1/2.$$

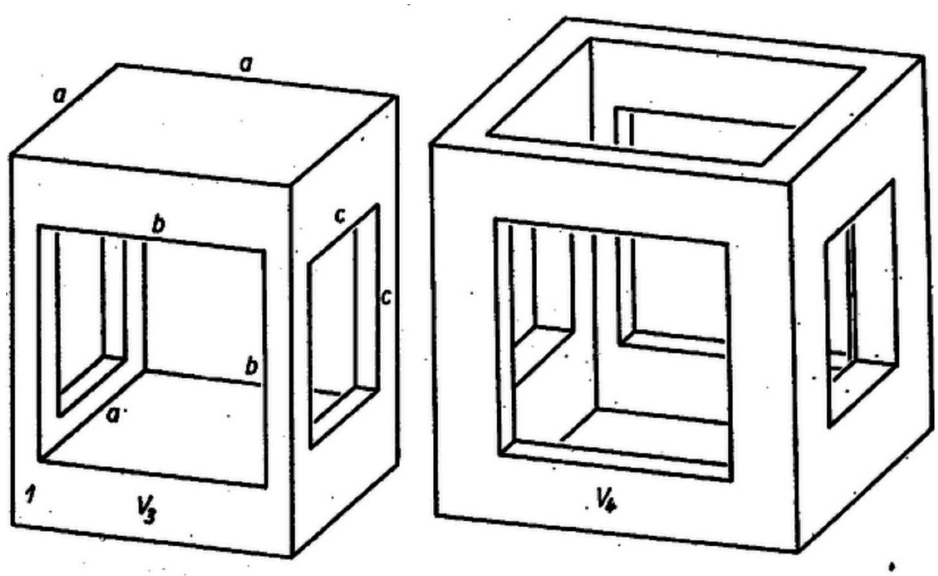


Másodszor b alapélű, 1 magasságú négyzetes oszlopot kell kivágni, amibe azonban beleesik az előbb kifaragott négyzetes oszlop egy része is. Így, ha ismét $1/4\ \mathrm{dm}^3$ anyagot akarunk kivágni, akkor minden esetre $b > 1/4 = c$ élű négyzetes oszlopot kell belefaragnunk a kockába. Az ebbe eső, már üres rész egy c alapélű, b magasságú négyzetes oszlop. Az eltávolított anyag térfogata tehát – ami ismét a kocka negyede kell, hogy legyen –

$$V_2 = b^2 - c^2 b = b^2 - \frac{b}{4} = \frac{1}{4},$$

ennek pozitív gyöke

$$b = \frac{1+\sqrt{17}}{8} \approx 0{,}640.$$



Hasonlóan nyilvánvaló, hogy $a > b$. A harmadszor kiemelt résztesten már két négyzetes oszlop alakú átfúrás van, tengelyeik egymásra merőlegesek. Külön–külön $c^2 a$, ill. $b^2 a$ az űrtartalmuk, ha azonban V_3-at ezeknek a_2-ből való levonásával számítanak, a második résztesten levő lyuk térfogatát 2-szer vonnánk le, ezért 1-szer vissza kell adnunk:

$$V_3 = a^2 - c^2 a - b^2 a + c^2 b = \frac{1}{4}.$$

c és b talált értékeinek behelyettesítésével

(1) $$32a^2 - (17+\sqrt{17})a - (7-\sqrt{17}) = 0,$$

és a pozitív gyök:

$$a=\frac{17+\sqrt{17}+\sqrt{1202-94\sqrt{17}}}{64}\approx 0{,}776.$$

Kármán Antal (Jászberény, Lehel Vezér g. IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Ábráink az (egy darabban kiemelve gondolt) résztesteket ábrázolják, tekinthetők azonban az eredeti testben létrejött üregek képének is. Ebben az értelemben a 3. résztest „középső” részére is ráillik a kissé tréfásan emlegetett „lyukban levő lyukban levő lyuk” kifejezés.

2. Az (1) egyenletet a maradéktest térfogatából is megkaphatjuk. Ez a kockából az a^2 térfogatú négyzetes oszlop és 4 „ablaktér” térfogatának elvételével marad vissza. Az ablakok területe c^2, ill. b^2, „mélységük” pedig $(1-a)/2$. Így

$$V_4=1-a^2-(c^2+b^2)(1-a)=1/4.$$