

Az adott kifejezésben y több helyen fordul elő (implicit formában határozza meg az y függését x -től). Hogy y -t kifejezhessük (explicit alakban megadhassuk x -től való függését), alakítsuk át az összefüggést:

$$(1) \quad \sqrt{y^2 - 2xy + 3x - 2} = 2x - y - 1.$$

A bal oldal nem negatív, tehát a jobb sem, vagyis

$$(2) \quad 2x - y - 1 \geq 0, \quad \text{amiből} \quad y \leq 2x - 1.$$

(1)-ből négyzetreemeléssel, majd az y -t tartalmazó tagokat a bal oldalra gyűjtve:

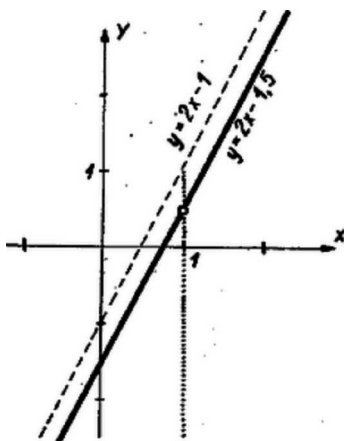
$$(3) \quad \begin{aligned} 2xy - 2y &= 4x^2 - 7x + 3, \quad \text{innen} \\ 2y(x - 1) &= 4(x - 1)(x - 3/4) = (x - 1)(4x - 3), \end{aligned}$$

$$(4) \quad \text{végül} \quad (x - 1)(2y - 4x + 3) = 0.$$

Eszerint ha $x - 1 \neq 0$, azaz $x \neq 1$, akkor

$$(5) \quad 2y - 4x + 3 = 0, \quad y = 2x - 1,5.$$

Ha pedig $x = 1$, akkor (4) az y értékétől függetlenül minden a (2) által megengedett y -ra teljesül. Így az $x = 1$ helyen a függvény értéke nincs egyértelműen meghatározva: végtelen sok értéket vehet fel. Minthogy pedig (5) mellett mindig teljesül a (2) követelmény, függvényünk csak abban tér el az $y = 2x - 1,5$ függvénytől, hogy az $x = 1$ helyen nincs értelmezve. Ezért képe az $y = 2x - 1,5$ egyenes, az $x = 1$, $y = 0,5$ pont kihagyásával (ezt jelzi az ábrán az üres kör).



Huber Tibor (Budapest, Kossuth L. gépip. t. IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. A (4) szorzat-alakot a (3) egyenlet 0-ra redukálásával és x -re való megoldásával is megkaphatjuk:

$$4x^2 - (7 + 2y)x + (2y + 3) = 0,$$

a diszkrimináns:

$$\begin{aligned} 49 + 28y + 4y^2 - 32y - 48 &= 4y^2 - 4y + 1 = (2y - 1)^2, \quad \text{így} \\ x &= \frac{1}{8} [7 + 2y \pm (2y - 1)], \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 0,5y + 0,75. \end{aligned}$$

2. Több dolgozat a függvény képéhez hozzáveszi az $x = 1$ egyenesnek a (2)-ből adódó $y \leq 1$ feltételt kielégítő félegyenesét is. Ez megfelel annak, ha elfogadjuk, hogy a függvény $x = 1$ -hez végtelen sok értéket rendeljen hozzá, vagy másképp fogalmazva, ha azt a geometriai alakzatot keressük, amelynek pontjai az adott egyenletet kielégítik, vagyis ha a geometria a főszempont, és a számösszefüggések a segédeszköz szerepét játsszák. Éppen a szerepek ilyen rangsorolásában is különbözik egymástól a koordinátageometria és a függvényábrázolás.