Első lépésül az $x-1$-gyel való oszthatóság feltételét állapítjuk meg. Polinomunk így is írható:

$$f(x)=(Ax^{n+2}-A)+(Bx^{n+1}-B)+(x-1)+(A+B).$$

Itt az első három kéttagú kifejezés osztható $x-1$-gyel, mert

$$A(x^{n+2}-1)=A(x-1)(x^{n+1}+x^{n}+x^{n-1}+\ldots+x+1), \tag{1}$$

$$B(x^{n+1}-1)=B(x-1)(x^{n}+x^{n-1}+\ldots+x+1), \tag{2}$$

ennélfogva $f(x)$ akkor és csak akkor lesz $x-1$-nek és egy további polinomnak a szorzata, ha a maradék – ti. a negyedik kéttagú – eltűnik:

$$A+B=0, \quad \text{azaz} \quad B=-A.$$

Ekkor $f(x)$-nek $(x-1)$-gyel való osztásánál a hányados (1) és (2) alapján

$$A(x^{n+1}+x^{n}+\ldots+x+1)+B(x^{n}+x^{n-1}+\ldots+x+1)+1=$$
$$=A(x^{n+1}+x^{n}+\ldots+x+1)-A(x^{n}+x^{n-1}+\ldots+x+1)+1=Ax^{n+1}+1.$$

$f(x)$ akkor és csak akkor osztható $(x-1)$ négyzetével is, ha ez a hányados is osztható $x-1$-gyel. Ámde

$$Ax^{n+1}+1=(Ax^{n+1}-A)+(A+1)=A(x-1)(x^{n}+x^{n-1}+\ldots+x+1)1+$$
$$+(A+1),$$

és így az oszthatóság feltétele a fent kimondott elvet ismét alkalmazva

$$A+1=0, \quad \text{azaz} \quad A=-1, \quad \text{és} \quad B=1.$$

Ezek szerint a polinom kívánt alakja:

$$x^{n+2}+x^{n+1}+x-1.$$

Loparits Pál (Budapest, Széchenyi I. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Az $A+B=0$ feltételhez egyszerűbben is eljuthatunk. Ha a feladat feltétele teljesül, akkor $f(1)=0$. De $f(1)=A+B+1-1=A+B$, azaz $A+B=0$, $B=-A$.