I.*[0] A csillagászati földrajzból tudjuk, hogy dec. 22-én, márc. 21-én, jún. 22-én és szept. 23-án a Nap rendre a Baktérítőre, az Egyenlítőre, a Ráktérítőre, ill. ismét az Egyenlítőre süt merőlegesen (a tett egyszerűsítések szellemében feltehetjük, hogy a mondott dátumokon az egész napon át), ennélfogva a keresett helyek földrajzi szélessége rendre $\varphi_1 = -23{,}5^\circ$, $\varphi_2 = 0^\circ$, $\varphi_3 = 23{,}5^\circ$, $\varphi_4 = 0^\circ$.

Másrészt bármely helyen napkeltekor és napnyugtakor a napsugarak 0° szögben érik az illető hely vízszintes síkját, a kérdéses helyeken viszont 90° szögben, ezért a kérdéses helyeket Budapesttel összekötő legrövidebb ívekhez (főkörívekhez) a Föld középpontjában $\vartheta = 90^\circ$-os középponti szög tartozik. Ennélfogva a $P_0(\lambda_0,\, \varphi_0)$ és $P_i(\lambda_i,\, \varphi_i)$ földrajzi koordinátákkal meghatározott helyeknek főköríven mért ϑ szögtávolságára fent idézett képletben $\cos\vartheta = 0$, és így

$$\cos(\lambda_0 - \lambda_i) = -\mathrm{tg}\ \varphi_0\ \mathrm{tg}\ \varphi_i. \tag{1}$$

Vegyük P_0-nak mindvégig Budapestet, így $\lambda_0 = +19{,}1^\circ$, $\varphi_0 = 47{,}5^\circ$, P_i-nek pedig rendre a keresett pontokat. $\varphi_1 = -23{,}5^\circ$-kal

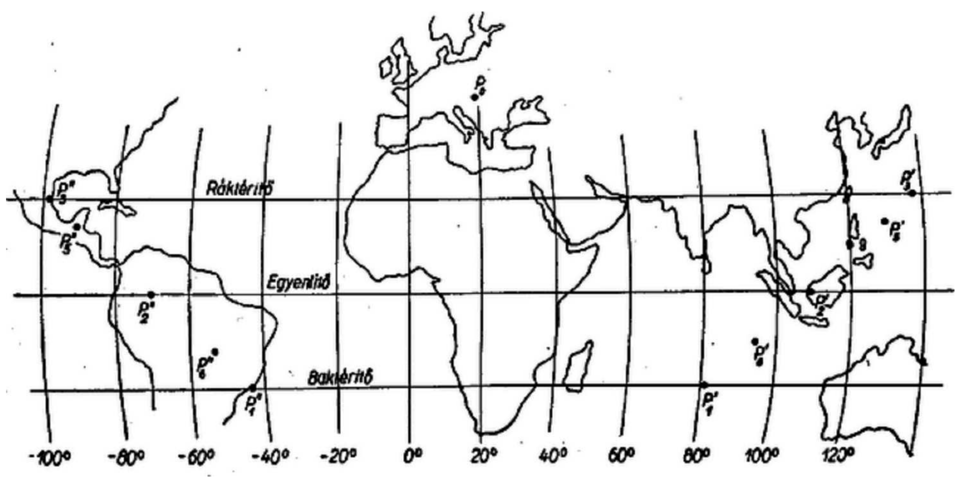
$$\cos(\lambda_0 - \lambda_1) = 1{,}091 \cdot 0{,}4348 = 0{,}4745,$$
$$\lambda_0 - \lambda_1 = \pm 61{,}7^\circ, \qquad \text{tehát } \lambda_1' = +80{,}8^\circ, \qquad \lambda_1'' = -42{,}6^\circ.$$

A P_1'' $(\lambda_1'',\, \varphi_1)$ pont Rio de Janeiro (Brazília) közelében fekszik, ennek zenitjében áll a Nap dec. 22-én a budapesti napnyugta időpontjában; a P_1' $(\lambda_1',\, \varphi_1)$ pont pedig az Indiai óceánban, Ceylon délkörén, kb. a félúton Madagaszkár keleti és Ausztrália nyugati partja között (a budapesti napkeltekor). – Hasonlóan φ_3-mal

$$\cos(\lambda_0 - \lambda_3) = -0{,}4745, \quad \lambda_0 - \lambda_3 = \pm 118{,}3^\circ, \quad \lambda_3' = +137{,}4^\circ, \quad \lambda_3'' = 99{,}2^\circ,$$

a P_3'' $(\lambda_3'',\, \varphi_3)$ hely Mexikóban, Ciudad Victoria várostól délre fekszik (jún. 22, Bp. napnyugta), a P_3' $(\lambda_3',\, \varphi_3)$ hely pedig Tokiótól (Japán) délre és Tajvantól keletre (napkeltekor).

Nyilvánvaló, hogy márc. 21-én és szept. 23-án ugyanaz a két hely felel meg, ezekre $\mathrm{tg}\ \varphi_2 = 0$, $\cos(\lambda_0 - \lambda_2) = 0$, $\lambda_0 - \lambda_2 = \pm 90^\circ$, $\lambda_2' = +109{,}1^\circ$, $\lambda_2'' = -70{,}9^\circ$. A $P_2'(\lambda_2',\, \varphi_2)$ hely Indonéziában, Kalimantan (Borneo) szigetén, Pontianak város közelében fekszik (Bp. napkelte), $P_2''(\lambda_2'',\, \varphi_2)$ pedig Kolumbia és Brazília határán (napnyugta).



II. Ha a napsugarak délben Budapesten 60°-os szögben érik a vízszintest, akkor a Napnak a zenittől mért szögtávolsága $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, ezért a Nap Budapest délkörének $\varphi_5 = \varphi_0 - 30^\circ = 17{,}5^\circ$ szélességű pontja fölött áll, és aznap egész napon át közelítőleg a φ_5-höz tartozó szélességi kör valamely pontjára süt merőlegesen. Ilyen hely van, mert φ_5 a $-23{,}5^\circ$ és $+23{,}5^\circ$ közé esik. A délben 30°-os szöget mutató napokon hasonlóan a $\varphi_6 = 47{,}5^\circ - 60^\circ = -12{,}5^\circ$ szélességű helyekre süt merőlegesen a Nap, ilyen helyek is vannak. Most már (1)-ből

$$\begin{aligned} \cos(\lambda_0 - \lambda_5) &= -0{,}3441, & \cos(\lambda_0 - \lambda_6) &= +0{,}2419,\\ \lambda_0 - \lambda_5 &= \pm 110{,}1^\circ, & \lambda_0 - \lambda_6 &= \pm 76{,}0^\circ,\\ \lambda_5' = +129{,}2^\circ,\ \ \lambda_5'' &= -91{,}0^\circ, & \lambda_6' = +95{,}1^\circ,\ \ \lambda_6'' &= -56{,}9^\circ. \end{aligned}$$

A $P_5(\lambda_5',\, \varphi_5)$ hely a Fülöp szigetektől keletre, a $P_6'(\lambda_6',\, \varphi_0)$ hely Jakartától délnyugatra fekszik (Bp. napkelte), végül a $P_6''(\lambda_6'',\, \varphi_6)$ hely Guatemala és Mexikó határán, a $P_5''(\lambda_5'',\, \varphi_5)$ hely pedig Brazíliának Mato Grosso tagállamában, Diamantino város közelében (bpesti napnyugta).

Reuss Pál (Budapest, József A. g. IV. o. t.)

[0]Használhatjuk a $(\lambda_1,\, \varphi_1)$ és $(\lambda_2,\, \varphi_2)$ földrajzi helyeknek a gömbi főkörön mért ϑ szögtávolságára a K. M. L. 22 (1961/4) 157.-158. oldalon, az 1045. feladatban levezetett következő tételt:

$$\cos\vartheta = \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)$$