

A kétjegyű számok négyzete és köbe felírásához együttvéve legfeljebb tíz számjegy szükséges, és pontosan tíz számjegy a 47-től 99-ig terjedő számok négyzete és köbe felírásában lép fel (vö. pl. az 1126. feladattal¹). Ebből egyrészt az következik, hogy a szóban forgó tulajdonságú szám csak 47 és 99 között kereshető, másrészt hogy négyzetében és köbében mindegyik számjegy pontosan egyszer lép fel.

Azt is láttuk az idézett feladatban, hogy a megvizsgálandó számok négyzete 4-jegyű, köbe 6-jegyű. Így négyzetüket függvénytáblázatunkból pontosan kivehetjük, köbüket pedig 4 értékes jegyre kerekítve. E kerekített értékből általában csak az első három jegyről vehetjük biztosra, hogy egyezik a szám köbe első három jegyével, mert a negyedik jegy lehet megtartott, vagy felkerekített jegy. Sőt ha a kerekített köb negyedik jegyét 0-nak találjuk, akkor az említett kettős lehetőség a harmadik számjegyre is fennáll. Minden esetre ha valamelyik vizsgálandó szám esetében a négyzet négy és a köb első három (esetleg kevesebb) jegye között találunk két egyező jegyet, ez a szám elhagyható, nem lehet meg a kívánt tulajdonsága.

Ismertnek vehetjük még a köb hatodik (utolsó) jegyét is, mert minden 1, 2, 3, ..., 9, 0-ra végződő szám köbe nyilván ugyanúgy végződik, mint 1, 2, 3, ..., 9, 10 köbe, vagyis 1-re, ill. 8, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 9, 0-ra. – Hasonlóan az alap utolsó számjegyből a négyzet utolsó jegyét is táblázat nélkül tudjuk, ez hasonlóan rendre 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0. Ezért az 1-re, 5-re, 6-ra és 0-ra végződő számok egy csapásra törölhetők, mert négyzetük és köbük utolsó számjegye egyenlő.

A visszamaradt számok négyzetében és köbében 2 eset kivételével mindig találunk ismétlődő számjegyet, ezt az alábbi táblázat tünteti fel. Az N , ill. K betű azt jelöli, hogy az ismétlődés már a négyzetben, ill. a köbben megállapítható.

Egyes számjegy:	2	3	4	7	8	9	
Tízese helyi értékű számjegy:	4	–	–	–	$N2$	$K1$	$K1$
	5	0	8	1	3	$N3$	
	6	$N4$	$N9$	$K2$	$N4$	$N4$	
	7	$K3$	3	4	$N9$	$K4$	4
	8	$K5$	$N8$	5	6	$N7$	7
	9	$N4$	8	$N8$	$N9$	9	9

További vizsgálatot csak 59 és 69 igényel. Azonban $59^2 = 3481$ és $59^3 \approx 205,4 \cdot 10^3$, ezért a köbnek a tizedes vessző utáni jegye akár felkerekített, akár nem, a négyzet első két jegye egyikével minden esetre megegyezik. Így csak a 69 számnak lehet meg a szóban forgó tulajdonsága. És mivel a közlés szerint ilyen szám van, kimondhatjuk, hogy a 69-es szám ilyen. Ehhez egyetlen számnak pontos köbét sem kellett kiszámítanunk.

Ellenőrzésül: $69^2 = 4761$, $69^3 = 328\,509$, ezekben valóban mind a tíz számjegy pontosan egyszer lép fel.

Pável Dezső Zoltán (Budapest, Petőfi S. g. IV. o. t.)

¹Lásd K. M. L. 24 (1962/5) 207. o.