

Az egyenlet mindkét oldalát könnyen felírhatjuk a közös „2” alap hatványa gyanánt, ugyanis $0,5 = 2^{-1}$ és $\sqrt{8} = 2^{3/2} = 2^{1,5}$:

$$2^{-x^2+mx-0,5m+1,5} = 2^{1,5m-1,5}.$$

Ez csak úgy állhat fenn, ha a kitevők is egyenlők:

$$\begin{aligned} -x^2 + mx - 0,5m + 1,5 &= 1,5m - 1,5, \\ x^2 - mx + 2m - 3 &= 0. \end{aligned}$$

A nyert másodfokú egyenlet gyökei akkor és csak akkor valósak és különbözők, ha az egyenlet diszkriminánsa pozitív, azaz

$$(2) \quad D = m^2 - 8m + 12 > 0.$$

D értéke az $m_1 = 2$ és $m_2 = 6$ helyeken válik nullává, ezért m másodfokú polinomját gyöktényezőik szorzatává alakítva (2) így írható:

$$D = (m - 2)(m - 6) > 0.$$

Ez a szorzat akkor és csak akkor pozitív, ha tényezői egyenlő előjelűek. Mindkettő negatív, ha a nagyobb $m - 2$ tényező negatív, és mindkét tényező pozitív, ha a kisebb $m - 6$ tényező pozitív, azaz amikor

$$\begin{array}{ll} m - 2 < 0, & \text{ill. ha } m - 6 > 0; \text{ ezekből} \\ m < 2, & \text{ill. } m > 6. \end{array}$$

Eredményünket így is kimondhatjuk: (1) gyökei a $2 \leq m \leq 6$ feltételnek eleget tevő m -értékek kivételével minden m -re valósak és különbözők.

Kertész József (Miskolc–Diósgyőr, Kilián Gy. g. III. o. t.)

Megjegyzés. A fentitől nem lényegesen különbözők azok a 2-ik megoldások, amelyek kiindulásul azt írták fel, hogy (1) két oldalának tetszés szerinti b alapra vett logaritmus is egyenlő (ahol $b > 0$ és $b \neq 1$).