

Legyen az átfogószám  $\overline{de} = 10d + e$ , így az egyik befogószám  $\overline{ed} = 10e + d$ , ahol  $d, e$  0-tól és egymástól különböző számjegyek, és  $d > e$ . A másik befogószám legyen  $b$  ( $10 \leq b < 100$ ). Így Pythagorász tételét alkalmazva

$$(10e + d)^2 + b^2 = (10d + e)^2$$
$$b^2 = 99(d^2 - e^2) = 3^2 \cdot 11(d - e)(d + e).$$

A jobb oldal osztható a 11 törzsszámmal, ezért  $b^2$  is osztható vele. Ámde négyzetszámot különböző törzsszámok hatványainak szorzataként felírva benne minden kitevő páros, tehát  $b^2$  osztható  $11^2$ -nel. Ezért  $(d - e)(d + e)$  osztható 11-gyel. Mivel  $d - e$  legalább 1 és legfeljebb 8, azért csak  $d + e$  lehet osztható vele. Másrészt  $d + e$  legalább 3, legfeljebb 17, és e két határ között csak maga 11 megfelelő, tehát  $d + e = 11$ . Most már

$$b^2 = 3^2 \cdot 11^2(d - e).$$

Eszerint  $d - e$  négyzetszám, és pedig páratlan, mert egész számok összege és különbsége párosságra nézve megegyező, és  $d + e$  páratlan. Így csak  $d - e = 1^2$  lehetséges. E két feltételből  $d = 6$ ,  $e = 5$ , másrészt  $b = 3 \cdot 11$ , tehát az oldalak mértékszámai 33, 56 és 65.

*Tóth Edit* (Székesfehérvár, Vasvári P. g. IV. o. t.)

*Megjegyzés.* Számos dolgozat a pythagorászi alaphármasok ismert  $u^2 + v^2$ ,  $u^2 - v^2$ ,  $2uv$  képletrendszerén át jutott el az eredményhez. Kiindulásuk hibás, mert eleve feltették, hogy a keresett hármas alaphármas. Erre azonban a feladat szövege semmi utalást nem tartalmazott.

Az idézett képletrendszerrel minden alaphármas megkapunk, ha  $u, v$  relatív prím, ellentétes párosságú pozitív egész számok és  $u > v$ . Ha az  $(u, v) = 1$  feltételt elejtjük, továbbra is pythagorászi hármasokat kapunk, nem alaphármasokat, és nem is minden hármas.