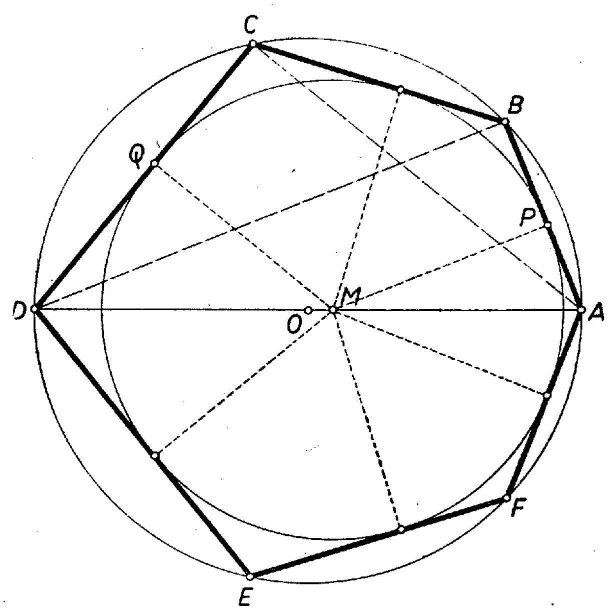
H-val együtt az AD átlóra a körülírt és a beírt kör is tükrös, tehát az O és M középpontok AD-n vannak. Legyen a körök sugara R, ill. r, és $OM = c$. Feltehetjük, hogy a csúcsok úgy vannak megbetűzve, hogy M az AO szakaszon van – esetleg éppen O-ban. Így $AM = R - c$, $DM = R + c$. Legyen a beírt kör érintési pontja AB-n P, CD-n Q.



Ekkor az ABD és APM, valamint DCA és DQM derékszögű háromszögek hasonlóságából, továbbá az APM és DQM derékszögű háromszögekből:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AP}{AM} = \frac{\sqrt{(R-c)^2 - r^2}}{R-c}, \qquad \frac{CD}{AD} = \frac{QD}{MD} = \frac{\sqrt{(R+c)^2 - r^2}}{R+c}.$$

Ezeket a közölt összefüggésnek AD-vel végigosztott alakjába helyettesítve a kívánt összefüggés:

$$\frac{\sqrt{(R-c)^2 - r^2}}{R-c} + \frac{\sqrt{(R+c)^2 - r^2}}{R+c} = 1.$$

Négyzetgyöktől mentes alakot kapunk az összefüggésre, ha azt – közbülső rendezések után – kétszer négyzetre emeljük:

$$3(R^2 - c^2)^4 - 4(R^2 - c^2)^2(R^2 + c^2)r^2 - 16R^2c^2r^4 = 0.$$

Demendy Zoltán (Budapest, XVIII. ker. Hengersor úti Gimn., III. o. t.)