I. megoldás. Azt kell megmutatnunk, hogy $OT=OT^*=t$, $OF=f$ és $OK=OK^*=k$ eleget tesznek a domború lencse törvényének. Húzzuk meg T^*-on át a tengellyel párhuzamos egyenest, messe ez OK^* meghosszabbítását C-ben. Így az OCT^* szög egyállású FOK^*-gal, OT^*C és T^*OF váltószögek, ezért a szerkesztés 1. lépésénél fogva OT^*C egyenlő oldalú háromszög, és $OC=CT^*=OT^*=t$. Másrészt K^*OF és K^*CT^* hasonló helyzetű háromszögek, ezért

$$CT^*:OF=CK^*:OK^*,\qquad \text{azaz}$$
$$t:f=(t+k):k.$$

Innen

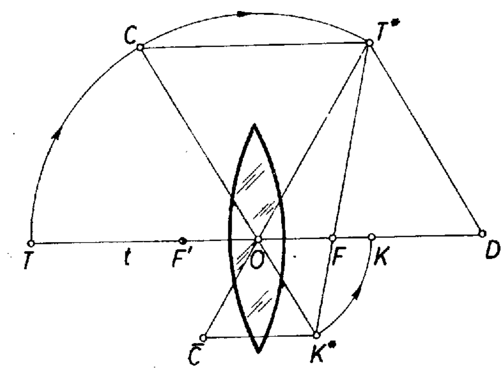
(1) $$f(t+k)=tk,$$

végül ftk-val osztva

$$\frac{1}{k}+\frac{1}{t}=\frac{1}{f},$$

a lencsetörvény szokásos alakját kaptuk. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Sonnevend György (Celldömölk, Berzsenyi D. g. III. o. t.)



Megjegyzések. 1. Lényegében ugyanígy oldjuk meg a feladatot, ha T^*-on át OK^*-gal húzunk párhuzamost és ennek a tengellyel való metszéspontját D-vel jelölve a K^*OF és T^*DF háromszögek hasonlóságából számolunk. – A bizonyítás úgy is érvényes, ha T^* és K^*-ból szerepük cseréjével C-t képezzük.

Lippai Pál (Szeged, Radnóti M. g. III. o. t.)

2. Szorosan véve az eljárás csak addig helyes, amíg T távolabb van a lencsétől, mint a maga oldalán levő F' fókusz, vagyis amíg róla a lencse valódi képet állít elő. Ha T az F'-ben van, vagyis $t=f$, akkor T^*F párhuzamos a K^* szerkesztésében használt (a második) félegyenessel, így C^* nem létezik. Ha pedig T az $F'O$ szakaszon van, akkor T^*F a második félegyenes meghosszabbítását metszi. Ekkor K-t úgy kapjuk helyesen, ha K^*-ot a tengelynek F'-t tartalmazó oldalára forgatjuk (látszólagos, „nagyított” kép).

Molnár Emil (Győr, Révai M. g. IV. o. t.)

3. Az eljárás homorú tükörre is érvényes azzal a módosítással, hogy K^*-ot a fentiekkel ellentétes féltengelyre forgatjuk.

4. Ábránk tulajdonképpen a lencsetörvény pontsoros nomogramja. (Lásd *Kürschák – Hajós – Neukomm – Surányi:* Matematikai versenytételek I. 91. o. Tankönyvkiadó 1955. Középisk. Szakköri Füzetek.)

II. megoldás. Az OT^*F és OFK^* háromszögek 2-szeres területének összege egyenlő az OT^*K^* háromszög 2-szeres területével:

$$tf\sin 60^\circ+fk\sin 60^\circ=tk\sin 120^\circ.$$

amiből $\sin 120^\circ=\sin 60^\circ$-kal egyszerűsítve (1)-re jutunk.

Lehel Jenő (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)