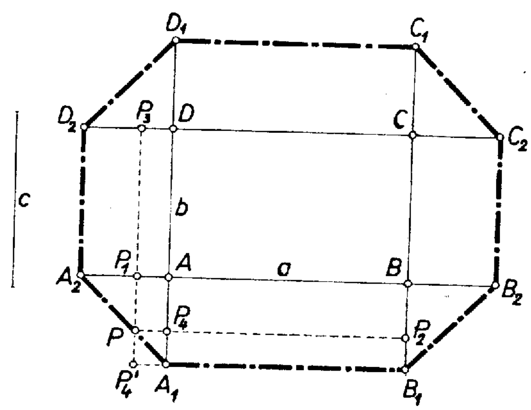
Legyen az adott téglalap $ABCD$ és $AB = a$, $BC = b$. Feltesszük, hogy c ugyancsak adott szakasz.

Az AB és CD egyenesek közötti síksáv belső és határpontjaira nézve az ezen egyenesektől mért két távolság összege nyilvánvalóan b. A sávon kívüli félsíkok pontjaira pedig b-nél annyival több ez az összeg, mint a pont és a félsík határegyenese közti távolság 2-szerese. Hasonló megállapítások érvényesek az AD és BC egyenesek közti síksáv, ill. az ezeken kívüli két félsík pontjaira, ha az AD és BC-től mért távolságok összegét tekintjük, csupán b helyett a-t kell írnunk.



Ezek szerint a téglalap belsejében és oldalszakaszain levő pontokra nézve a négy oldaltól mért távolságok összege $a + b$, itt tehát nem lehet pontja a keresett mértani helynek. Az AB és CD oldalakhoz csatlakozó félsíksáv pontjai közül azok, és csak azok felelnek meg a követelménynek, amelyekre az AB és CD-től számított távolságok összege $b + c$, vagyis amelyeknek távolsága AB, ill. CD-től $c/2$. Ezek nyilván azoknak az A_1B_1 és C_1D_1 szakaszoknak összes pontjai, amelyekre A_1 és D_1 az AD oldal A-n, ill. D-n túli meghosszabbításán van, B_1, C_1 pedig a BC oldal megfelelő két meghosszabbításán, és $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = c/2$.

Ugyanígy az AD, BC oldalakhoz csatlakozó félsíksávokban az ábra A_2D_2, B_2C_2 szakaszainak pontjai – és csak ezek – tartoznak a mértani helyhez.

Legyen P egy a BAD szög csúcsszög-tartományáhan fekvő és a követelménynek eleget tevő pont, vagyis amelyre

$$PP_1 + PP_2 + PP_3 + PP_4 = a + b + c, \tag{1}$$

ahol P_1, P_2, P_3, P_4 a P vetülete az AB, BC, CD, DA egyenesen. Figyelembe véve, hogy $PP_2 = PP_4 + P_4P_2 = PP_4 + a$ és $PP_3 = PP_1 + P_1P_3 = PP_1 + b$, – (1) így alakul:

$$PP_1 + PP_4 = \frac{c}{2}.$$

Mérjük rá PP_4-et P_1P-nek P-n túli meghosszabbítására, és legyen a végpont P_4. Így

$$P_1P_4' = P_1P + PP_4' = P_1P + PP_4 = \frac{c}{2} = AA_1,$$

ezért az $AP_1P_4'A_1$ négyszög téglalap, a $PP_4'A_1P_4$ négyszög pedig négyzet, tehát $PA_1A\sphericalangle = PA_1P_4\sphericalangle = 45^\circ = A_2A_1A\sphericalangle$, – ugyanis AA_1A_2 egyenlő szárú derékszögű háromszög. Eszerint P az A_1A_2 szakasz pontja.

Viszont P-vel az A_1A_2 szakasz bármely belső pontját jelölve meggondolásunk megfordítása mutatja, hogy P megfelel a követelménynek, tehát a mértani helynek a BAD szög csúcsszögtartományában levő része az A_1A_2 szakasz.

Hasonlóan nyilvánvaló, hogy a mértani helynek az ABC, BCD, CDA szög csúcsszögtartományába eső része a B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2 szakasz, tehát a mértani hely az $A_1B_1B_2C_2C_1D_1D_2A_2$ nyolcszög kerülete.

Vogronics László (Pécs, Zipernovszky K. gépip. t., III. o. t.)