

Vegyük észre, hogy mind az x , mind az y kitevő alatt álló két alap egymásnak reciproka, tehát a megfelelő hatványok is egymás reciprokai. Így az első egyenlet két tagja helyett az $5^x = u$, $0,1^y = v$ ismeretleneket bevezetve egyenletrendszerünk, mindjárt némi átalakítással így írható:

$$\begin{aligned} u + v &= 9, \\ \frac{1}{u} + \frac{1}{v} &= \frac{v + u}{uv} = \frac{9}{uv} = 0,5, \quad uv = 18. \end{aligned}$$

Ismerjük tehát u és v összegét és szorzatát. Ezekből u és v a

$$z^2 - 9z + 18 = 0$$

egyenlet gyökei: $z_1 = 6$, $z_2 = 3$.

Legyen először $5^x = u = z_1 = 6$ és $0,1^y = v = z_2 = 3$. Innen 10 alapú logaritmust véve

$$\begin{aligned} x_1 &= \lg 6 : \lg 5 \approx 0,7782 : 0,6990 \approx 1,113 \quad \text{és} \\ y_1 &= \lg 3 : \lg 0,1 \approx 0,4771 : (-1) = -0,4771. \end{aligned}$$

Ha pedig $5^x = u = z_2 = 3$ és $0,1^y = v = z_1 = 6$, akkor

$$\begin{aligned} x_2 &= \lg 3 : \lg 5 \approx 0,4771 : 0,6990 \approx 0,6826, \\ y_2 &= \lg 6 : \lg 0,1 = -\lg 6 \approx -0,7782. \end{aligned}$$

Bán Tamás (Budapest, József A. Gimn., III. o. t.)