BOLYAI JÁNOS.

1802. deczember 15.–1860. január 17.

Kolozsvár csak imént emelt szobrot halhatatlan hírű fiának, *Mátyás* királynak, és már ismét oly szülöttjének ünneplésére készül, kinek nevét szintén minden világrészben ismerik. Ez bolyai *Bolyai János*, a nem-euklidesi geometria egyik feltalálója, kinek most van születésének századik évfordulója.

Nem szerzett országokat, de éles elméje egy oly kérdés velejéig hatolt, mely évezredeken át hiába foglalkoztatta a mathematikusokat. Ezzel fényes diadalt aratott oly téren, melyről *János* első vizsgálódásai alkalmával még tudós apja így írt: "E pokoli holt tenger minden szirtje mellett elhajóztam és mindenhonnan szétzúzott árbocczal és foszlányos vitorlákkal tértem vissza.... Szerencsétlen éltemet benned ismétlődni látom. Mintegy vészes szirtek között, hol még mindenki hajótörést szenvedett, látlak sötét viharban ide-oda hányatni. Ijesztő csatatér ez, melyen még mindenkor megverettem; a kutató elme minden törekvésével daczoló bevehetetlen sziklavár." Lássuk, mi volt e sziklavár s azután emlékezzünk meg *Bolyai* szerencsétlen életéről.

A geometria a maga tételeinek csodálatos lánczolatát mindössze nehány alapigazságból fejti ki. Ezek a más tételekre vissza nem vezethető alapigazságok oly egyszerűek, hogy maguktól értetődőknek látszanak. Kivételt e tekintetben csak az az egy tesz, melyet *Euklides Elemeiben* így fogalmazott:

Ha két adott egyenest egy harmadik metsz, akkor azok a metszőnek azon az oldalán, melyen a belső szögek összege kisebb két derékszögnél, *találkoznak.* (XI. axioma, más kiadásokban helyesebben V. postulatum.)

Ama követelés, hogy a mondott oldalon *mindenkor létezzék metszéspont*, a mathematikusok szemében már az ó-korban olyannak látszott, melynek teljesülését egyszerűbb igazságokból kellene kimutatni. Hogy azonban e postulatum bebizonyítására irányult törekvések mily sikertelenek voltak, azt mutatja az idézett levéltöredék.

Bolyai János először szintén ily bebizonyításon fáradozott, de csakhamar sokkal mélyebb betekintést nyert a dolog lényegébe. Nemcsak felismerte, hogy az euklidesi V. postulatum nem következik a geometria többi alapigazságaiból, hanem egyszersmind oly ellenmondástól ment "absolut geometriát" fejtett ki, melyben e postulatum nincs kielégítve.

Az absolut geometriában természetesen a közönséges vagy euklidesi geometriának számos tétele módosul. Pl. ott a síkháromszögben a szögek összege *kisebb* két derékszögnél; még pedig a két derékszögtől való eltérés arányos a háromszög területével. Az absolut sík ebben a tekintetben (és sok másban) a gömbre emlékeztet. Valóban a sphærikus háromszög területe szintén arányos a szögösszegnek két derékszögtől való eltérésével, csakhogy a gömbön a szögösszeg mindig nagyobb két derékszögnél. Ha hosszegységül a gömb sugarát választjuk, a szögeket pedig – mint mondani szokás – ívmértékben fejezzük ki, vagyis ha oly szögegységet használunk, hogy az egyenes szög mérőszáma $\pi = 3,14\ldots$, akkor a háromszög területének mérőszáma egyenlő a szögösszegnek π-től való eltérésével. Hasonlóképpen az absolut síkhoz is található oly i hosszegység, hogy ezt használván, a háromszög T területe egyenlő a szögösszegnek π-től való eltérésével. (A területegység természetesen úgy választandó, hogy az a, b befogókkal bíró derékszögű háromszögben

$$\frac{1}{2} = \frac{ab}{T}$$

az egységhez közeledjék, ha a és b minden határon túl kisebbednek.) A közönséges geometria az absolut geometria ama határesetének felel meg, midőn i végtelen nagy.

Vajjon az a tér, melyben a természeti tüneményeket észleljük és leírjuk, eme határesetnek felel-e meg, vagy pedig véges i-nek és ez esetben mekkorának: az a tapasztalat alapján döntendő el. Az i mindenesetre oly nagy, hogy róla csak a csillagászat nyújthat felvilágosítást; de ott sem merült fel eddig oly tapasztalat, mely véges i föltevésére utalna.

Habár a természettudományoknak nincsen okuk az euklidesi postulatumot elvetni, a mathematikusnak mindenkor érdekes feladata lesz oly geometriával is foglalkozni, melynek a közönséges geometria csak legegyszerűbb határesete. A magyar tudománynak pedig mindenkor dicsőségére fog válni, hogy akkor, midőn Európa különböző részeiben, egymásról mit sem tudva, többen találták fel e geometria lényegét, azok egyike a mi hazánknak volt fia. A többszörös feltalálás egyik feltalálónak sem csökkenti dicsőségét, valamint az sem, hogy ma már ismerünk oly geometriát is, mely az euklidesitől és a *Bolyai-félétől* egyaránt elüt.

Bolyai János a mathematikát apjától tanulta, *Bolyai Farkastól*, a híres marosvásárhelyi tudóstól, ki *Gauss* iskolatársa és barátja volt Göttingában és ezzel – bár néha hosszú megszakítással – egész életén át levelezett. 13 éves korában *János* már a differentiálásban és integrálásban jártas volt és avval a tervvel foglalkozott, hogy két év múlva *Gauss*t hallgatja. Apja legszívesebben magának barátjának házához szerette volna adni és ezt 1816 ápr. hó 20-án meg is írta Gaussnak. E levélre nem érkezvén válasz, 15 éves korában *János* Bécsbe ment a genieakadémiába. 21 éves korában hadnagy lett, 22 éves korában főhadnagy, 24 éves korában kapitány. De már 1833-ban nyugalomba vonult és azóta majd Domáldon, atyja birtokán, majd Marosvásárhelyt élt, mindinkább meghasonolva a világgal. Meghalt Marosvásárhelyt. Arczkép nincs róla.

Az euklidesi postulatumtól független geometria lényegét már 1823-ban, tehát 21 éves korában találta fel. 1825 vagy 1826-ban egykori szeretett bécsi tanárának *Wolter von Eckwehr János*nak egy írásbeli dolgozatot adott át, melyben már az egésznek alapja meg volt vetve. Majd latinul dolgozta ki a tárgyat és e nyelven 1831-ben Marosvásárhelyt ki is nyomatta, mint apja sajtó alatt levő művének, a „TENTAMEN"-nek, ily czimű függelékét: „APPENDIX". Scientiam spatii absolute veram exhibens: a veritate aut falsitate Axiomatis XI Euclidei (a priori haud unquam decidenda) independentem; adjecta ad casum falsitatis, quadratura circuli geometrica". A 26 lapra terjedő értekezést apjával megküldette *Gauss*nak is, kinek ítéletére többet adott, mint egész Európáéra. *Gauss* 1832 márcz. 6-án válaszolt. „Ha avval kezdem", így nyilatkozott *János*nak művéről, „*hogy azt nem szabad dicsérnem*, bizonyára egy pillanatra meghökkensz: de nem tehetek mást; azt dicsérni annyi volna, mint magamat dicsérni: mert az egész értekezés, az út, melyen fiad haladt és az eredmények, melyekre jutott, majdnem teljesen megegyeznek részben már 30–35 év óta végzett elmélkedéseimmel. Valóban rendkívül meg vagyok lepve."

„Szándékom volt saját munkámból, melyből egyébiránt eddig csak keveset tettem papírra, életemben semmit sem közölni. A legtöbb embernek nincs helyes érzéke az iránt, hogy miről is van szó és csak kevés embert találtam, ki azt, mit vele közöltem, különös érdeklődéssel fogadta volna. Erre csak az képes, ki élénken érzi, hogy mi hiányzik és erre nézve a legtöbb ember teljesen tájékozatlan. Ellenben szándékom volt idővel mindent úgy megírni, hogy legalább majdan velem el ne pusztuljon."

„Azért nagyon meglepett, hogy e fáradság fölöslegessé vált és igen örvendek, hogy éppen régi barátom fia az, ki ily csodálatos módon megelőzött."

Farkas a választ megküldte fiának és hozzátette: *„Gauss felelete, melyet művedre vonatkozólag adott, igen szép és hazánknak, valamint nemzetünknek dicsőségére válik."* Egészen másképpen hatottak *Gauss* nyilatkozatai *János*ra. Ő nem bírta és nem akarta elhinni, hogy *Gauss* tőle függetlenül és jóval előtte szintén a nem-euklidesi geometriához jutott és *Gauss*nak sohasem tudta megbocsátani, hogy az Appendixet nem méltatta nyilvános elismerésre.

A harminczas évek vége felé *Bolyai János*t újabb csalódás érte. 1834-ben a lipcsei *Jablonowsky* herczeg-féle tudós társaság pályázatot hirdetett a képzetes mennyiségekről. Midőn a pályázat 1837 novemberben lejárt, három mű érkezett be. Csodálatos módon szerzőik mindannyian magyarok voltak: *Bolyai Farkas, Bolyai János* és *Kerekes Ferencz.* A társaság véleménye szerint a díjra egyik munka sem volt érdemes, de a díj felét *Kerekes*nek mégis odaítélték. *Bolyai János* műve volt a legjobb, de azt akkor nem voltak képesek megérteni és méltányolni; nem is volt oly szabatosan írva, mint az Appendix. De ha gondolatait még oly remek formában fejezi is ki, aligha érte volna a megérdemelt elismerés. Legjobban bizonyítja ezt az a körülmény, hogy *Hamilton* híres írországi mathematikusnak ugyanazon időből való és lényegében ugyanazokat a gondolatokat tartalmazó szép és szabatos értekezése szintén sokáig ismeretlen maradt és csak legújabban részesült méltatásban.

E második csalódás után *Bolyai János*, ki különben is rendkívül ingerlékeny természetű volt, elkeseredésében egy évtizeden át henye és kicsapongó életet folytatott.

1848-ban ismét fordulópont állott be életében. Ekkor került kezéhez*Lobatschefskij Miklós* orosz mathematikusnak, ki szintén önállóan föltalálta a nem-euklidesi geometriát, egyik munkája. *Bolyai* nem hitte el e német értekezésről, hogy orosz szerzőtől való, hanem azt vélte, hogy *Gauss* írta az ő dicsőségének kisebbítésére. Azért róla hosszú, sokban igazságtalan, de nem egy tekintetben figyelemre méltó bírálatot írt, mely hátrahagyott iratai közt ránk maradt. Azután pedig újra hozzáfogott tudománya műveléséhez. Fájdalom a hosszú szünetelésben elvesztette a termelő alkotás erejét és életének utolsó 12 évében írt terjedelmes följegyzései alig tartalmaznak mást, mint régibb gondolatainak terjengős továbbszövését.

Vajjon mit szólt volna *Bolyai*, ha megtudja, hogy *Lobatschefskij* éppen oly hiába fáradozott tanai iránt érdeklődést kelteni. A tudós világ figyelme csak akkor fordult az euklidesi postulatumtól független geometria felé, midőn a hatvanas években megjelent *Gauss*nak *Schumacher* dán csillagásszal folytatott levelezése és ebből köztudomású lett a princeps mathematicorum e tárgyról való véleménye. Akkor *Bolyai*t és *Lobatschefskij*t csakhamar lefordították több nyelvre és ma nincs művelt ország, hol ne tekintenék az Appendixt a mathematikai irodalom egyik gyöngyének.