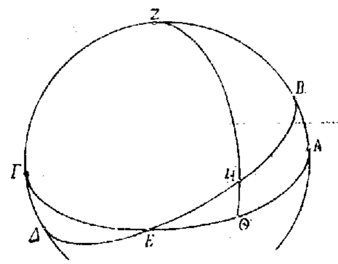
Ptolemaios.

A XII. fejezetben Ptolemaios a legutóbb nyert tételeket speciális esetre alkalmazza. Az $AB\Gamma\Delta$ legnagyobb kör a Föld egyik délköre, az $AE\Gamma$ a Föld egyenlítőjének fele, a $BE\Delta$ pedig az ekliptika körének fele (1. ábra);



az E pont, két utóbbi félkör metszési pontja, a tavaszpont; legyen továbbá B a téli és Δ a nyári szolsticium; végre pedig Z a Föld sarka. Vegyünk fel az ekliptika körén egy $30°$-ú EH ívet; vonjuk meg a Z és H pontokon át a $ZH\Theta$ ívet és számítsuk ki $H\Theta$ ív nagyságát."

Ebben a szerkesztésben a (6) tétel alapján „a ZA kétszeres ívéhez tartozó húr aránya az AB kétszeres ívéhez tartozó húrhoz összetevődik ΘZ kétszeres ívéhez tartozó húrnak meg a ΘH kétszeres ívéhez tartozó húrnak arányából és a HE kétszeres ívéhez tartozó húrnak meg az EB kétszeres ívéhez tartozó húrnak arányából. De a ZA kétszeres íve $180°$ és az ehhez tartozó húr $\overline{120}$, az AB kétszeres íve $47°42'40''$[1] és az ehhez tartozó húr hossza $\overline{48}31'55''$; azonkívül a HE kétszeres íve $60°$ és az ehhez tartozó húr hossza $\overline{60}$; az EB kétszeres íve $180°$ és a hozzátartozó húr hossza $\overline{120}$." Ezeket az aránylatba behelyettesítve, lesz:

$$\frac{\overline{120}}{\overline{48}\,31'55''} = \frac{\sin\Theta Z}{\sin\Theta H}\cdot\frac{\overline{60}}{\overline{120}}.$$

Röviditės után „marad a ΘZ kétszeres ívéhez tartozó húr aránya a ΘH kétszeres ívéhez tartozó húrhoz, a mely annyi, mint $\overline{120}$-nak aránya $\overline{24}15'57''$-hez. De a $Z\Theta$ kétszeres íve $180°$ és a hozzátartozó húr hossza $\overline{120}$, tehát a ΘH kétszeres ívéhez tartozó húr hossza $\overline{24}15'57''$: ennek következtében a ΘH ív kétszerese $23°19'59''$ és ΘH ív maga nagyon közelítőleg $11°40'$."

Hasonló számítást végez még $EH = 60°$ esetében, a mikor azután ΘH ívet $20°30'9''$ értékűnek találja. A fejezetet pedig ezzel zárja

„Az egyes ívek értékeit külön-külön ily módon kiszámítva, összeállíthatunk a negyedkör $20°$-áról egy táblázatot, hol megtalálhatjuk azokat a mennyiségeket, melyeket most tárgyaltunk. Itt mutatjuk be ezt a táblázatot."

Ennek a táblázatnak egyes sorait mi is bemutatjuk e helyen:

ΚΑΝΟΝΙΟΝ ΛΟΞΩΣΕΩΣ			
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΙ			
Τοῦ διά μέσων	Μεσημβρινῶν		
α	ō	κδ	ις
β	ō	μη	λα
γ	α	ιβ	μς
.	.	.	.
.	.	.	.
λ	ια	μ	ō
.	.	.	.
.	.	.	.
ξ	κ	λ	ϑ
.	.	.	.
.	.	.	.
πϑ	κγ	να	ς
Ϟ	κγ	να	κ

A ferdeségek (deklinációk) táblázata			
Az ivek			
az ekliptikán	a délkörön		
1°	0°	24′	16″
2	0	48	31
3	1	12	46
.	.	.	.
.	.	.	.
30	11	40	0
.	.	.	.
.	.	.	.
60	20	30	9
.	.	.	.
.	.	.	.
89	23	51	6
90	23	51	20

E táblázathoz még csak a következő magyarázatot kell adnunk: a XII. fejezet végczélja az $E\Theta H$ derékszögű gömbháromszög ΘH befogójának kiszámítása ebből az összefüggésből:

$$\sin\Theta H = \sin EH \cdot \sin 23°51'20'',$$

[1] Ez az egyenlítő és az ekliptika hajlásszögének kétszerese. Ptolemaios szerint tehát ez a hajlásszög: $23°51'20''$, a mi elég pontos adat volt, mert Ptolemaios idejében az ekliptika hajlásszöge tényleg igen megközelítőleg akkora lehetett.

tehát a derékszögű gömbháromszög sinustételéből. Csillagászati szempontból pedig így fogalmazhatjuk a feladatot: Ptolemaios táblázatában a Napnak mindenkori deklinációját lehet megtalálni, ha megadjuk a Napnak az ekliptikán való távolságát (ívmértékben) a tavaszponttól. A Nap maximális deklinációját ennélfogva az ekliptikán a tavaszponttól 23°-nyira találjuk (vagyis a szolsticiumokban) az ekliptikai hajlásszög értékében.

A XIII. fejezet végre azzal foglalkozik, hogy mekkora az $E\Theta$ ív az egyenlítőn?

Ptolemaios ezt a számítást is abban az esetben végzi, a mikor az EH ív az ekliptikán 30°. „Az előbbiek szerint a ZB kétszeres ívéhez tartozó húr aránya a BA kétszeres ívéhez tartozó húrhoz összetevődik a ZH kétszeres ívéhez tartozó húrnak meg a $H\Theta$ kétszeres ívéhez tartozó húrnak arányából és a ΘE kétszeres ívéhez tartozó húrnak meg az EA kétszeres ívéhez tartozó húrnak arányából. [2] De ZB ív kétszerese $132°17'20''$ és a hozzá tartozó húr $\overline{109}\ 44'53''$; az AB kétszeres íve pedig $47°42'40''$ és a hozzá tartozó húr $\overline{48}\ 31'55''$. Azonkívül a ZH kétszeres íve $156°40'1''$ és a hozzá tartozó húr $\overline{117}\ 31'15''$. Az $H\Theta$ ívének kétszerese $23°19'59''$ és a hozzá tartozó húr $\overline{24}\ 15'57''$. Így tehát a $\overline{109}\ 44'53''$ és a $\overline{48}\ 31'55''$ arányából nyerjük a $\overline{117}\ 31'15''$ arányát a $\overline{24}\ 15'57''$-hez; marad tehát a ΘE kétszeres ívéhez tartozó húr aránya az EA kétszeres ívéhez tartozó húrhoz." A behelyettesítések után és annak tekintetbe vételével, hogy EA ívének kétszerese 180° és a hozzá tartozó húr $\overline{120}$, következik, hogy „a ΘE kétszeres ívéhez tartozó húr hossza $\overline{56}\ 1'25''$. Ebből folyólag a ΘE kétszeres íve igen közel $55°40'$ és ΘE ív maga $27°50'$."

A fejezet végén még egy hasonló számítást találunk, mely $EH = 60°$ esetében a ΘE ívet $57°44'$ értékűnek találja. Végre pedig a ΘE közbeneső értékeire az arányos részek értékeit közli. Ezzel be is fejeződik az I. könyv.

E legutolsó fejezet feladatához csak még azt jegyezzük meg, hogy mai jelöléseinkkel azt a

$$\mathrm{tg}\ \Theta E = \mathrm{tg}\ EH \cdot \cos 23°51'20''$$

képlet alapján végeznők el.

[2] Az (5) tétel alapján; l. 152. lap.