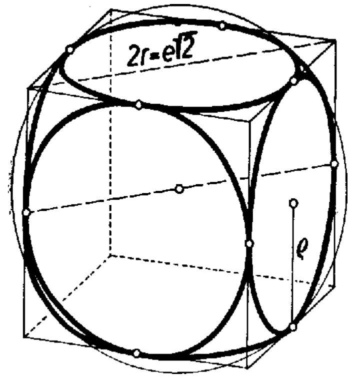
A kocka élének hosszát e-vel jelölve a szóban forgó gömb átmérője egyenlő a kocka két szemben fekvő élének $e\sqrt{2}$ távolságával, ugyanis két ilyen élen átmenő átlós síkmetszet téglalap, melynek oldalai az él és a lapbeli átló.



Így a gömb sugara $r=e\sqrt{2}/2$. Eszerint a gömb felülete részben kívül, részben belül van a kockán, mert a lapoknak a középponttól való $d=e/2$ távolsága kisebb r-nél, a csúcsok $e\sqrt{3}/2$ távolsága viszont nagyobb nála. A gömb a lapokat olyan körökben metszi, amelyek érintik a lapot határoló éleket, tehát sugaruk $\varrho=e/2$. Így a maradéktestet 6 ϱ–sugarú körlap és a gömbfelület 8 háromszög alakú részlete határolja.

Célszerűbb fordítva azt mondanunk, hogy a kocka lapjai a gömbfelületből 6 egybevágó gömbsüveget, a gömbtestből pedig 6 egybevágó gömbszeletet metszenek le. A süveg és a szelet magassága $m=r-d=e(\sqrt{2}-1)/2$, ennélfogva az eltávolított részek együttes felszíne, ill. térfogata:

$$\begin{aligned}
f&=6\cdot 2\pi rm=3(2-\sqrt{2})\pi e^2,\\
v&=6\frac{\pi m}{6}(3\varrho^2+m^2)=\frac{\pi e(\sqrt{2}-1)}{2}\left[\frac{3e^2}{4}+\frac{e^2(3-2\sqrt{2})}{4}\right]=\\
&=\frac{\pi e^3}{4}(\sqrt{2}-1)(3-\sqrt{2})=\frac{\pi e^3}{4}(4\sqrt{2}-5).
\end{aligned}$$

Ezekkel a gömb visszamaradt részének felszíne, ill. térfogata:

$$\begin{aligned}
F_1&=4\pi r^2-f=2\pi e^2-3(2-\sqrt{2})\pi e^2=(3\sqrt{2}-4)\pi e^2,\\
V&=\frac{4\pi}{3}r^3-v=\frac{4\pi}{3}\frac{e^3\sqrt{2}}{4}-\frac{\pi e^3}{4}(4\sqrt{2}-5)=\frac{\pi e^3}{12}(15-8\sqrt{2}).
\end{aligned}$$

Ezzel a dobókocka térfogatát megkaptuk, felszínét pedig F_1-nek és a 6 körlap területének összege adja:

$$F=6\pi\varrho^2+F_1=\frac{3\pi}{2}e^2+(3\sqrt{2}-4)\pi e^2=\frac{\pi}{2}(6\sqrt{2}-5)e^2.$$

Az állandókat 4 értékes jegyű tizedes törtekkel megközelítve $V\approx 0{,}9651e^3$, $F=5{,}475e^2$, vagyis 96,5, ill. 91,2%-a kocka térfogatának, ill. felszínének.

Ambrózy György (Budapest, Toldy F. g. III. o. t.)