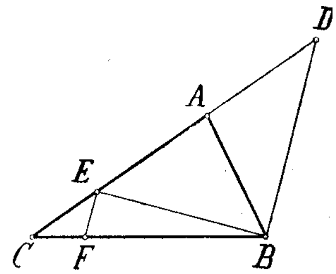
A Bulletin de sciences math. et phys. élément. ötödik kötetében a tangens-tétel következő geometriai bizonyításait közli:

I. Legyen az ABC háromszögben $b > c$. Mérjük AC-re A-tól jobbra és balra AB-t, úgy hogy $AD = AE = AB$. Rajzoljuk meg a BD és BE egyeneseket s húzzuk meg végre az EF egyenest párhuzamosan BD-vel.



Minthogy

$$EBF\sphericalangle = \frac{B-C}{2}\sphericalangle \quad \text{és} \quad D\sphericalangle = \frac{A}{2}\sphericalangle,$$

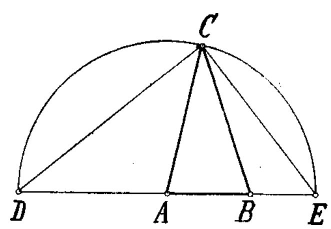
azért

$$\mathrm{tg}\frac{B-C}{2} = \frac{EF}{BE} = \frac{EF}{BD\mathrm{tg}\frac{A}{2}} = \frac{EF}{BD} = \mathrm{ctg}\frac{A}{2} = \frac{CE}{CD}\mathrm{ctg}\frac{A}{2} = \frac{b-c}{b+c}\mathrm{ctg}\frac{A}{2}$$

s így

$$\frac{\mathrm{tg}\frac{B-C}{2}}{\mathrm{tg}\frac{B+C}{2}} = \frac{b-c}{b+c}.$$

II. $b > c$ s így $B\sphericalangle > C\sphericalangle$. Legyen $AD = AE = AC$.



A CAD és CAE egyenlőszárú háromszögekben, továbbá a CDE derékszögű háromszögben:

$$D\sphericalangle = \frac{A}{2}\sphericalangle, \quad E\sphericalangle = 90^\circ - \frac{A}{2}\sphericalangle,$$

$$BCE\sphericalangle = \frac{B-C}{2}\sphericalangle,$$

$$BCD\sphericalangle = 90^\circ - \frac{B-C}{2}\sphericalangle.$$

A BCD és BCE háromszögekre alkalmazva a sinus-tételt, ered:

$$\frac{b+c}{\cos\frac{B-C}{2}} = \frac{a}{\sin\frac{A}{2}}, \quad \frac{b-c}{\sin\frac{B-C}{2}} = \frac{a}{\cos\frac{A}{2}}.$$

A két egyenletet egymással elosztva, ered:

$$\frac{b+c}{b-c}\cdot\mathrm{tg}\frac{B-C}{2} = \mathrm{ctg}\frac{A}{2}.$$