A *Technische Rundschau* 1900 január 31-iki számában érdekes czikkecske jelent meg, melyet részint fordításban, részint kivonatban közlünk.

Ha az M_1 középpontú körben meghúzzuk az egymásra merőleges AM_2 és BF átmérőket, nemkülönben az AB és M_2B húrokat, akkor:

$$AM_2B\sphericalangle = \frac{R}{2}.$$

Ha most M_2 körül $AM_2 = 2r$ sugárral körívet rajzolunk, mely az M_2B meghosszabbítását C-ben metszi, akkor az AB ív egyenlő az AC ívvel, mert:

$$\text{arc.}AB = \frac{r\pi}{2}$$

és az $AM_2 = 2r$ sugarú körben

$$\text{arc.}AC = 2\cdot\frac{2r\pi}{360}\cdot\frac{R}{2} = \frac{r\pi}{2}.$$

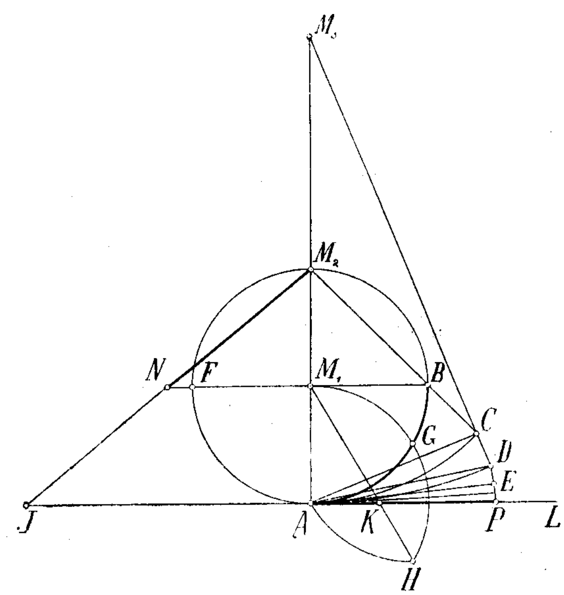
Tovább menve, ha $AM_3 = 4r$-rel megint körívet rajzolunk, mely az M_3C-t D-ben metszi, akkor:

$$\text{arc.}AD = \frac{2\cdot 4r\pi}{360}\cdot\frac{R}{4} = \frac{r\pi}{2},$$

tehát

$$\text{arc.}AB = \text{arc.}AC = \text{arc.}AD = \ldots \text{é. í. t.}$$

Ezt a szerkesztés-módot folytatva, a sugár folytonos meghosszabbításával az ívet mindinkább kiegyenesítjük, úgy hogy ez mindjobban közeledik az A pontban rajzolt érintőhöz. Az ábrán látható AP távolság adja a körnegyed hosszúságát.



Ezen szerkesztésnél látszólagos nehézséget okoz az $M_2,\ M_3,\ M_4\ldots$ középpontoknak megtalálása a sugár túlságos hosszúsága miatt. De ez a nehézség is megszűnik, ha figyelembe vesszük, hogy a megfelelő húrok $B,\ C,\ D\ldots$ pontokban egymásra merőlegesen állanak, miáltal egy igen egyszerű mód kínálkozik a körnegyed kiegyenesítésére. Az adott sugárral megrajzoljuk az AM_1B körnegyedet és A pontban a körhöz érintőt húzunk. A-t összekötjük B-vel és az így származott BAL szöget megfelezzük. Ezután az így keletkezett CAL szöget felezzük s eme eljárást folytatjuk, míg rajzeszközeink és érzékeink azt engedik. Így tehát

$$BAL = \frac{R}{2}$$

$$CAL = \frac{R}{4}$$

$$DAL = \frac{R}{8}\ \text{stb.}$$

Ezután meghúzzuk egymásután a következő merőlegeseket: B pontban AB-re C pontig; C pontban AC-re D pontig; D pontban AD-re E pontig és így tovább. Az így talált AP hosszúság a kiigazított körnegyed hosszúságával egyenlő.

E szerkesztés segélyével a π szám algebrailag is kiszámítható. BAM_1 háromszögből ugyanis:

(1) $$AB = a_1 = \frac{r}{\cos\frac{R}{2}}$$

CAB háromszögből:

$$AC = a_2 = \frac{a_1}{\cos\frac{R}{4}} = \frac{a_1}{\cos\frac{R}{2^2}} \tag{2}$$

és per analogiam

$$AC = a_3 = \frac{a_2}{\cos\frac{R}{8}} = \frac{a_2}{\cos\frac{R}{2^3}} \tag{3}$$

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{\cos\frac{R}{2^n}} \tag{n}$$

Ezen n egyenletet összeszorozva kapjuk:

$$a_n = \frac{r}{\cos\frac{R}{2}\cdot\cos\frac{R}{2}^2\ldots\cos\frac{R}{2^n}},$$

ha $n=\infty$, akkor a_n a körnegyed hosszával egyenlő, vagyis

$$a_\infty = \frac{r\pi}{2},$$

miért is:

$$\pi = \frac{2}{\cos\frac{R}{2}\cdot\cos\frac{R}{2}^2\cdot\cos\frac{R}{2}^3\ldots\cos\frac{R}{2^n}\ldots}$$

Goering[1] ezt a számítást elvégezte és azt találta, hogy:

$$\pi = 3,1415927\ldots$$

A Goering-féle ábrában a legrégibb szerkesztéseknek egyike található föl, t. i. a *Kochánszky*-féle, a mely a következőkből áll: A pont körül r sugárral körívet rajzolunk, a mely az eredeti kört G-ben metszi. Azután G pont körül rajzolunk körívet ugyanazzal a sugárral, a mely az előbbi ívet H-ban metszi. H-t összekötjük M_1-gyel és ezen HM_1 egyenes és az A pontban húzott érintő K metszéspontjától az érintőre a háromszoros sugarat rámérjük és kapjuk IK-t. Azután az I pontot összekötjük M_2-vel; IM_2-t M_1E meghosszabbítása N-ben metszi. IM_2 megközelítőleg $r\pi$-vel egyenlő, tehát

$$NM_3 = \frac{r\pi}{2}.$$

AP és NM_2 között a különbség alig vehető észre; legalább is a közönségesen használatban levő rajztábla nagyságú ábrán nem. Egy 5 m sugarú körnegyed hosszúsága a milliméternek $0,15$ részével különbözik a valóságtól, a mi körülbelül a körző szúrópontjának felel meg.

[1] *Goeying Vilmos dr.:* "A kör négyzetesítésének tisztán geometriai megoldása és bármely szögnek és körnek tetszésszerinti egyenlő részekre való osztása". Megjelent Schüzmann Ernő kiadónál németül Drezdában.