A jelen kis dolgozat annak a kimutatását tűzte ki czélul, hogy hogyan lehet a kört a körsugár századrészénél kisebb hibával tizennégy egyenlő részre osztani; azaz, hogy hogyan lehet a körbe írt szabályos tizennégyszög oldalát a körsugár századrészénél kisebb hibával megszerkeszteni.

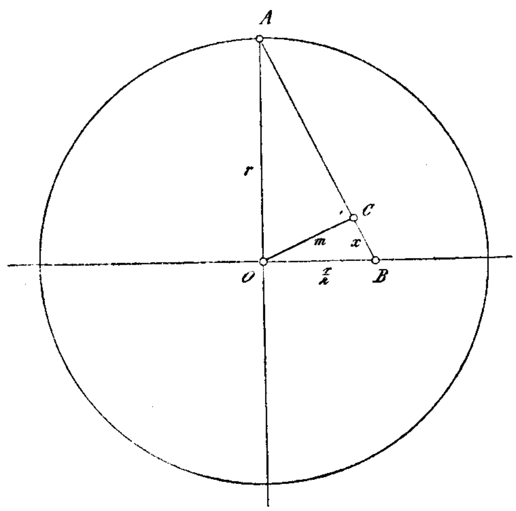
Bármely $r$ sugarú körben számtalan oly derékszögű háromszög szerkeszthető, melyek átfogója

$$a = \sqrt{r^2 + \frac{r^2}{4}}$$

azaz

$$a = \frac{r}{2}\sqrt{5}. \tag{1}$$

Ha az ily derékszögű háromszögnek átfogójára a kör középpontjából merőlegest bocsátunk, ez az $m$ távolság a kört az említett pontossággal tizennégy részre osztja.




A rajzból látható, hogy

$$m = \sqrt{r^2 - (a-x)^2} \tag{2}$$

és

$$m = \sqrt{\frac{r^2}{4} - x^2}, \tag{3}$$

miből következik, hogy

$$\sqrt{r^2 - (a-x)^2} = \sqrt{\frac{r^2}{4} - x^2},$$

a miból az (1) alatti kifejezés behelyettesítése után kapjuk, hogy

$$x = \frac{r}{2\sqrt{5}}$$

azaz

$$x = \frac{r\sqrt{5}}{10}. \tag{4}$$

Ha már most a (2) és (3) alatti egyenletekbe az (1) és (4) alatti kifejezéseket helyettesítjük, kapjuk, hogy

$$m = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\sqrt{5} - \frac{r\sqrt{4}}{10}\right)^2}$$

és

$$m = \sqrt{\frac{r^2}{4}4 - \frac{5r^2}{100}}$$

melyekből $m$ távolságra külön-külön kapjuk, hogy

$$m = \frac{r}{\sqrt{5}}$$

azaz

$$m = \frac{r\sqrt{5}}{5}.$$

A körbe írt szabályos tizennégyszög oldala pedig

$$s_{14} = 2r \sin\left(\frac{180}{14}\right)^{\circ}.$$

Legyen hosszúságegység a kör sugara, akkor

$$m = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$s_{14} = 2 \sin\left(\frac{180}{14}\right)^{\circ}.$$

A számítások elvégzése azt mutatja, hogy három tizedesnyi pontossággal

$$\frac{\sqrt{5}}{5} = 0,447$$

$$2 \sin\left(\frac{180}{14}\right)^{\circ} = 0,445.$$

Ebből kitűnik, hogy:

1. *A kérdéses távolság ugyan nem egyenlő a kérdéses sokszögoldallal, de a szerkesztés egységnyi sugrú körnél közelítőleg olyan hibával adja meg a sokszögoldalt, mely kisebb a hosszúságegység századrészénél.*

2. Tetszőleges sugarú körnél ez az eredmény így fejezhető ki:

*A kérdéses szerkesztés közelítőleg olyan hibával szolgáltatja a sokszögoldalt, mely mindig kisebb a körsugár századrészénél.*

Miskolcz.