A feladat olyan k értékek keresését kívánja, amelyek mellett alkalmas a és b-vel fennáll (tehát x minden értékére teljesül) a következő azonosság:

$$(3k-2)x(x+k)+k^2(k-1) \equiv (ax+b)^2, \tag{1}$$

vagy 0-ra redukálva és x hatványai szerint rendezve:

$$(3k-2-a^2)x^2+\left[k(3k-2)-2ab\right]x+k^2(k-1)-b^2 \equiv 0.$$

Ez csak úgy teljesülhet x minden értékére, ha x^2 és x együtthatója, továbbá az x-et nem tartalmazó rész külön–külön 0, mert különben a bal oldalon másod- vagy elsőfokú polinom, vagy egy 0-tól különböző állandó áll, ami legfeljebb két x értékre lehet 0. Így olyan k, a, b valós számhármast kell keresnünk, amelyre

$$3k-2=a^2, \tag{2}$$

$$k(3k-2)=2ab, \tag{3}$$

$$k^2(k-1)=b^2, \tag{4}$$

a és b-t egyszerre kiküszöbölhetjük, ha (2) és (4) szorzatának 4-szereséből kivonjuk (3) négyzetét:

$$4(3k-2)k^2(k-1)-k^2(3k-2)^2=0, \tag{5}$$

$$k^2(3k-2)(k-2)=0.$$

Ez csak $k_1=0$, $k_2=2/3$ és $k_3=2$ mellett teljesül. Azonban (2) bal oldala k_1 mellett negatív, s így a-ra nem adódik valós érték; k_2-vel $a=0$, az adott kifejezés $-4/27$ lesz, ezért nem írható valós kifejezés négyzeteként, de nem is tartalmazza x-et s így egyébként sem tekintenénk a feladat megoldásának. k_3-mal (2)-ből $a=\pm 2$, és (3)-ból $b=4/a=\pm 2$. Az $(ax+b)^2$ kifejezés négyzet volta miatt a két előjelével nem kapunk lényegesen különböző kifejezéseket; előírhatjuk tehát, hogy a pl. pozitív legyen; így $a=2$-ből $b=2$.

Ezek szerint $k=2$ mellett az adott kifejezés $(2x+2)^2=4(x+1)^2$ alakban írható.

Kelemen György (Tamási, Béri Balogh Á. g. IV. o. t.)

Megjegyzések. 1. Nem jutunk más megoldásra azt keresve, hogy mely feltétel mellett egyeznek meg (1) bal és jobb oldalának 0-helyei, vagyis a 0-ra redukálással adódó egyenlet gyökei, és e célra felírjuk az együtthatókkal kifejezhető összegük és szorzatuk egyenlőségét. Sőt ez a meggondolás – bár elvezet (5)-re – kiegészítés nélkül hiányos, mert csak az együtthatók arányának egyenlőségét biztosítja, a kifejezések azonosságát nem.

2. Ugyanez a hiánya a következő meggondolásnak is: Az $(ax+b)^2=0$ egyenletnek két egyenlő gyöke van, ennek kell állania az (1) bal oldala 0-ra redukálásával adódó egyenletre is, tehát diszkriminánsának egyenlőnek kell lennie 0-val.