

I. megoldás. A sorozatot megadhatjuk az összeg-képlet ismerete nélkül is. Ugyanis $n = 1$ és 2-vel

$$S_1 = a_1 = 4 \cdot 1^2 = 4 \text{-ből } a_1 = 4,$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 4 + a_2 = 4 \cdot 2^2 = 16 \text{-ből } a_2 = 12,$$

tehát $d = a_2 - a_1 = 8$, és a sorozat: 4, 12, 20, 28, 36, ...

A követelmény minden n -re teljesül, mert így $a_n = 4 + 8(n - 1) = 8n - 4$, és az összeg

$$S_n = \frac{1}{2}(a_1 + a_n)n = \frac{1}{2}(4 + 8n - 4)n = 4n^2.$$

Endreffy Zoltán (Budapest, I. István g. III. o. t.)

II. megoldás.

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 4n^2 - 4(n-1)^2 = 8n - 4,$$

És ebből $n = 1$ és 2-vel $a_1 = 4$, $a_2 = 12$, tehát $d = 8$.

Kovács Imre (Békés, Szegedi Kis I. g. IV. o. t.)

III. megoldás. Az összegképlet alapján az

$$S_n = \frac{1}{2}[2a_1 + (n-1)d]n = 4n^2$$

követelményből (a 0-tól különböző n -nel egyszerűsítve) rendezés után adódik:

$$(d-8)n + (2a_1 - d) = 0.$$

Ez minden (pozitív egész) n -re csak úgy állhat fenn, ha a bal oldal azonosan 0:

$$d - 8 = 0, \quad 2a_1 - d = 0,$$

tehát $d = 8$, és $a_1 = d/2 = 4$.

Nagy Csaba (Budapest, József A. g. IV. o. t.)