Apollonius.

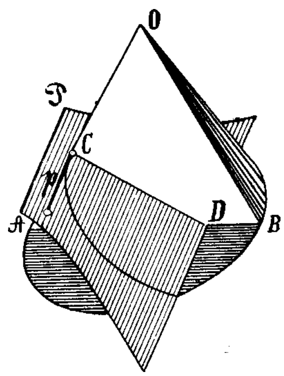
Apollonius a Kis-Ázsia déli részében fekvő Pamphylia tartomány Pergæ nevű városában született talán a Kr. e. 247. év körül. Életéről rendkívül keveset tudunk; csak annyit, hogy kora ifjúságában Alexandriába került, a hol Euklides követőitől nyerte mathematikai oktatását. Mathematikai tevékenységét a Kr. e. 221 és 205 évek között fejtette ki. Életének jó részét Pergamum ázsiai városban töltötte és valószínűleg ott írta meg munkáit is. Hol és mikor halt meg, azt nem tudjuk; talán Kr. e. 200 körül. Apolloniusnak körülbelül ugyanaz a jelentősége van a mathematika történetében, mint Euklidesnek: korszakalkotó mathematikai munkáiban a már ismert dolgokat összegyűjtötte és saját nagybecsű felfedezéseivel kibővítve, azokban teljes rendszert állított elénk. Legfényesebb eredménye a kúpszeletekről szóló nyolcz könyve, a "*Κωνικά*", mely kortársai részéről a "nagy mathematikus" melléknevet szerezte meg neki. A nyolcz könyv közül a négy első görögül, a másik három azonban csak arab fordításban maradt meg az utókor számára, a nyolczadik végképpen elveszett, de tartalmát Pappus, Kr. u. III. századbeli mathematikai író munkái révén össze tudták állítani. Művét Eudemus nevű, pergamumi barátjának ajánlotta Apollonius. A nevezett munka van annyira fontos és érdekes, hogy egyes könyveivel részletesebben is foglalkozzunk, épp úgy, mint annak idején azt Euklides alapvető művével tettük.

Apollonius mindenekelőtt kijelenti, hogy mind a háromfajta kúpszelet bármely kúpon kapható, alkalmas metszés által, sőt még a ferde kúpon is. Tétele tehát teljesen általános már, míg Archimedes még azt állította, hogy csak az ellipsis metszhető ki minden egyenes kúpon (K. M. L. VII. évf. 64. lap).

A könyvek tartalmát maga Apollonius állította össze abban a dedikáczió-féle előszóban, melyet Eudemushoz intézett. Az itt bemutatott kivonatban az egyes könyvek bevezetéséül eme előszó odavaló részletét fogjuk közölni.

"*Az 1. könyv* a kúpszeletek keletkezését és legkiválóbb tulajdonságainak ismertetését tartalmazza; mindezt én tágabb keretben és általánosabban dolgoztam ki, semmint mások, kik erről a dologról írtak".

Apollonius mindenekelőtt a kúp keletkezését magyarázza: ha valamely egyenes úgy mozog, hogy egy körvonalat súrol, de egyik pontja állandóan egy helyben marad, akkor ez az egyenes kúpfelületet ír le. Ha a kúpfelületet ez állandó ponton: a kúp csúcspontján keresztül metsszük, mindannyiszor háromszög keletkezik; ha pedig a kúpot tengelyén: vagyis a csúcspontot a kör középpontjával összekötő egyenesen keresztül vágjuk, az ú. n. *tengelyháromszög* származik ($AOB\triangle$, 1. ábra).



Ha e tengelyháromszögre merőleges P síkokkal metszik a kúpot, ezek különféle helyzete szerint az egyes kúpszeletek származnak a kúp felületén. A metsző sík és a tengelyháromszög metszési vonala: CD mindig a kúpszelet egyik átmérője, azaz oly vonal, mely egy hozzája tartozó párhuzamos húrrendszer minden húrját megfelezi; (ha a kúp egyenes, akkor az illető átmérő a kúpszelet főátmérője, vagyis az a vonal, mely minden reája merőleges húrt megfelez). Az a C pont, melyben az átmérő a kúp felületét átmetszi, a kúpszelet csúcsa. Apollonius a kúpot metsző síkban az átmérő C végpontján át a kúpszelethez érintő egyenest von és erre rárakja azt a p vonalat, amelyet már Euklides meghatározott (VI. évf. 156. lap) és melyek a kúpszeletre vonatkozó igen fontos jelentőségét Apollonius is fölismerte. Ezt a vonalat $\delta\rho\delta\iota\alpha$ névvel jelöli meg, melyet később latinra *lalus reclum*-nak fordítottak; manapság *parameter*nek nevezik e vonalat. Apollonius e parametert állandóan belevonja számításaiba, melyeket természetesen nem képletekkel és egyenletekkel, hanem vonalok és felületek arányaival végez. Mivel már Euklides is a kúpszeletek feltételeit az elliptikus és hyperbolikus felületvetéssel hozza kapcsolatba (VI. évf. 157. lap), Apollonius az egyik kúpszeletet röviden *ellipsis*nek, a másikat *hyperbolá*-nak nevezi, azt a kúpszeletet pedig, melynél a felületvetés legegyszerűbb alakja ($y^2 = px$) forog fönn, *parabolá*-nak mondja. Ily módon származtak a kúpszeleteknek még mai nap is használatos elnevezései.

Ezek után azt is megállapítja, hogy mily feltételek mellett származnak e kúpszeletek a kúpon; ha a metsző sík a kúp egyik alkotóvonalával párhuzamos, parabola származik, ha nem párhuzamos, akkor a tengelyháromszögnek mindkét szárát metszi vagy közvetlenül, vagy pedig az egyik szárt ennek meghosszabbításában, az első esetben ellipsis, a másodikban hyperbola keletkezik.

Apollonius a kúpszeletek diszkussziójában két alapelemre támaszkodik; az egyik a parameter (p), a másik pedig a nagy $2a$, mely csak az ellipsisnél és a hyperbolánál szerepel. Apollonius geometriai tárgyalásait mai jelölésünkkel a következő egyenletek által fejezhetjük ki :

$$\text{a parabolánál } y^2 = px$$

$$\text{az ellipsisnél } y^2 = px - \frac{p}{2a}x^2,$$

$$\text{a hyperbolánál} n\ y^2 = px + \frac{p}{2a}x^2.$$

Apollonius munkálataiban tehát már teljesen kidolgozott analitikai geometriával találkozunk, melynek első felbukkanása azonban még régibb keletű (l. Meneæchmus: V. évf. 151. lap és Euklides: VI. évf, 156. lap).

Apollonius még a konjugált, vagy társátmérők fogalmát vezeti be az I. könyvben; ha ezek merőlegesek egymásra, akkor a kúpszelet főátmérői vagy tengelyei. Az összes átmérők a kúpszelet középpontján mennek át.

"A *II. könyv* a tengelyekről szóló tételeket és a kúpszeletek átmérőit tárgyalja, továbbá a hyperbola asimptotáit is, azaz azokat a vonalakat, melyekhez a hyperbola ágai mindinkább közelednek, anélkül, hogy összeérnének azokkal".

Apollonius Archimedessel szemben, ki a hyperbolának csak egyik ágát vette tekintetbe, a hyperbolát kétágú görbének jelenti ki, a mely eredményre szigorú mathematikai rendszere szükségszerűen vezette rá; a kúpszeletekről szóló általános tételei a konjugált és a fő átmérőkről vonták ezt maguk után. Nagyon érdekes az az eljárása, mellyel a hyperbola asimptotáit megszerkeszti és mely a következő: rajzoljuk meg a hyperbola valamely pontjában az érintőt és vigyük fel erre az érintőpontból kiindulva az érintővel párhuzamos átmérő hosszát, kössük össze az így talált pontot a hyperbola középpontjával és megvan az egyik asimptota.

Ezenkívül Apollonius még különféle feladatokat old meg a II. könyvben, mint pl. hogy adott kúpszeletnek megkeresi középpontját és tengelyeit, oly érintőt szerkeszt, mely az érintőponton átmenő átmérővel adott szöget zár be, stb.

A II. könyv egyik nevezetes tétele ez: ha a kúpszelet két érintőjének metszési pontját összekötjük a két érintő pontot összekötő húr középpontjával, akkor ez az egyenes a kúpszelet egyik átmérője; másik tétele pedig, hogy minden kúpszeletben csak egy, egymásra merőleges tengelypár lehetséges.

Baumgartner Alajos.