A következőkben bemutatjuk néhány gyakrabban előforduló sor összegezését.

1°. Legyen

$$S_p = 1^p + 2^p + 3^p + \ldots + n^p.$$

Kiindulunk a következő egyenlőségekből:

$$(1+1)^p = 1^p + \binom{p}{1}1^{p-1} + \binom{p}{2}1^{p-2} + \ldots + \binom{p}{i}1^{p-i} + \ldots + 1$$

$$(2+1)^p = 2^p + \binom{p}{1}2^{p-1} + \binom{p}{2}2^{p-2} + \ldots + \binom{p}{i}2^{p-i} + \ldots + 1$$

$$\ldots$$

$$(n+1)^p = n^p + \binom{p}{1}n^{p-1} + \binom{p}{2}n^{p-2} + \ldots + \binom{p}{i}n^{p-i} + \ldots + 1.$$

Eme egyenlőségeket összeadva, nyerjük, hogy

$$(n+1)^p = \binom{p}{1}S_{p-1} + \binom{p}{2}S_{p-2} + \ldots + \binom{p}{i}S_{p-i} + \ldots + \binom{p}{p-1}S_1 + n + 1.$$

Mint látható, eme egyenletből az $S_{p-1}$ az $S_{p-2}$, $S_{p-3}$, $\ldots, S_1$ ismerete után kiszámítható. Ilyen módon, miután $S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$, kapjuk, hogy

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$S_4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}.$$

2°.

$$S = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Felhasználjuk a következő egyenlőséget:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

Ekkor

$$S = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} -$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1},$$

tehát

$$S = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

Ha $n = \infty$, akkor: $S_\infty = 1$.

3°.

$$S = \frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+2)}$$

$$\frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2n} - \frac{1}{2(n+2)},$$

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2n} -$$

$$-\frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \ldots - \frac{1}{2n} - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2(n+2)},$$

tehát

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2(n+2)} = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}.$$