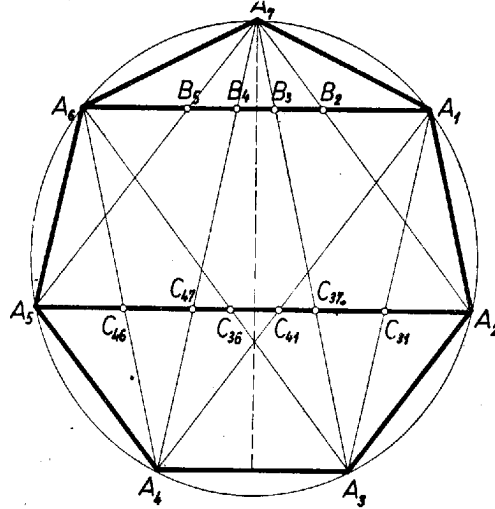


Legyen az  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$  szabályos hétszög oldala  $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_7A_1 = d_1$ , rövidebb átlója  $A_1A_3 = A_2A_4 = \dots = A_6A_1 = A_7A_2 = d_2$ , és hosszabb átlója  $A_1A_4 = A_2A_5 = \dots = A_7A_3 = d_3$ .



Nilvánvaló, hogy forgatással bármelyik átló átvihető egy vele egyenlő másik átló helyére úgy, hogy minden csúc (és ezért minden átló is) egy más csúc (átló) helyére jut, ezért elegendő az állítást egy  $d_2$  és egy  $d_3$  részre megmutatnunk. Legyenek ezek  $A_1A_6$ , ill.  $A_2A_5$ . Ezek a tengelyes szimmetria folytán párhuzamosak egymással és  $A_3A_4$ -gyel. Minden más oldallal is egy  $d_2$  és egy  $d_3$  hosszúságú átló párhuzamos, így két alkalmas átlópár paralelogrammát alkot. Alább csak ezt fogjuk felhasználni.

Az  $A_1A_6$  átlót csak az  $A_7$ -ből kiinduló 4 átló metszi rendre a  $B_2, B_3, B_4, B_5$  pontokban. Az  $A_2A_5$  átlót pedig az  $A_3$  és  $A_4$ -ből kiinduló 8 átló közül 6 metszi ( $A_4A_2$  és  $A_3A_5$  nem metszik), legyenek a metszéspontok – az őket kimetsző átló végpontjaitól vett indexekkel – rendre  $C_{31}, C_{37}, C_{41}, C_{36}, C_{47}, C_{46}$ .

Ha meg tudjuk adni  $d_1, d_2, d_3$ -mal kifejezve minden  $B$  és minden  $C$  pontra az  $A_1A_6$ , ill.  $A_2A_5$  átló egyik végpontjától mért távolságát, ezekből már bármely két  $B$  közti, és bármely két  $C$  közti távolságot kivonással megkaphatunk. Sőt elég ezt a távolságot az  $A_7$ -en átmenő tengelyre szimmetrikus  $(B_2, B_5), (B_3, B_4), (C_{31}, C_{46}), (C_{37}, C_{47}), (C_{41}, C_{36})$  pontpárok egyik–egyik tagjára megadnunk. – Az alábbi felírás mellőzhetővé teszi az éppen felhasznált párhuzamosság megjelölését.

$$\begin{aligned} A_1B_4 &= A_3A_4 = d_1; \\ A_1B_5 &= C_{41}A_5 = A_2A_5 - A_2C_{41} = A_2A_5 - A_3A_4 = d_3 - d_1; \\ A_2C_{46} &= d_2; A_2C_{37} = A_1B_3 = d_2 - d_1; A_2C_{41} = A_3A_4 = d_1. \end{aligned}$$

Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Major János (Budapest, Kandó K. hir. ip. t. II. o. t.)

*Megjegyzés.* A fenti párhuzamosságokat úgyis felhasználhatjuk, hogy bármely két oldal vagy átló közti szög csak a  $180^\circ/7 = \varepsilon$ -nak egész számú többszöröse lehet. Ebből bizonyos háromszögekre azt kapjuk, hogy egyenlő szárúak, és így ábránkon különböző irányú egyenlő hosszú szakaszokat is megállapíthatunk. Pl.  $A_1A_7B_4$ -ben  $\widehat{A_7A_1B_4} = \widehat{A_7A_1A_6} = \varepsilon$  ( $A_6A_7$  íven nyugvó kerületi szög, tehát  $360^\circ/7 \cdot 2$ ),  $\widehat{A_1A_7B_4} = \widehat{A_1A_7A_4} = 3\varepsilon$  (az  $\widehat{A_1A_4} = 3\widehat{A_6A_7}$  íven), ezért  $\widehat{B_4} = 3\varepsilon$ , tehát  $A_1B_4 = A_1A_7 = d_1$ . Hasonlóan  $A_3A_5C_{31}$ -ből  $A_5C_{31} = A_5A_2 = d_2$ . Vagy  $A_3A_2C_{41} = 2\varepsilon$ , és  $A_2A_3C_{41} = 5\varepsilon/2$ -ből  $A_2C_{41} = A_2A_3 = d_1$ .

Meleghegyi László (Pécs, Nagy Lajos g. IV. o. t.)