

A bal oldal nem valós, ha $1 + 2x < 0$, ezért $x \geq -1/2$, ill. nincs értelmezve, ha $\sqrt{1 + 2x} = 1$, ezért $x \neq 0$. Minden így megengedett esetben a nevező pozitív, így a jobb és a bal oldal különbsége akkor és csak akkor pozitív:

$$\frac{(2x + 9)(2 + 2x - 2\sqrt{1 + 2x}) - 4x^2}{(1 - \sqrt{1 + 2x})^2} > 0,$$

ha a számláló pozitív. Ebből rendezéssel és egyszerűsítéssel

$$11x + 9 > (2x + 9)\sqrt{1 + 2x}.$$

A négyzetgyök pozitív volta és a fenti korlátozás folytán mindkét oldal pozitív, ezért négyzetreemeléssel az egyenlőség iránya az eddigi marad. Kifejtéssel, rendezéssel

$$\begin{aligned} 121x^2 + 198x + 81 &> (4x^2 + 36x + 81)(1 + 2x) = 8x^3 + 76x^2 + 198x + 81, \\ 0 &> x^2(8x - 45), \end{aligned}$$

amiből nyilván $x < 45/8$. Átalakításaink megfordíthatók, ezért a megoldás:

$$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{45}{8}, \quad x \neq 0.$$

Kiss Ildikó (Budapest, Teleki Blanka lg. III. o. t.)