(Folytatás.)

Archimedes maga azokat a tételeket becsülte legtöbbre, a melyeket a gömbre és hengerre vonatkozólag megállapított: 1. a gömb felülete négyszer akkora, mint legnagyobb körének területe; 2. a gömbsüveg felülete oly kör területével egyenlő, melynek sugara a gömbsüveg legmagasabb pontjától a gömbsüveg alapkörének valamely kerületi pontjáig terjedő egyenes vonallal egyenlő; 3. az a henger, melynek alapköre egy gömb legnagyobb körével, magassága pedig e gömb átmérőjével egyenlő, más szóval: a gömb köré írt henger másfélszer akkora mint a gömb és teljes felülete is másfélszerese a gömb felületének.

Archimedes ugyanabban a könyvben, melyben e tételeket tárgyalja, még egy más feladatot tűz ki a gömbre vonatkozólag: a gömb sík által oly módon metszendő, hogy a keletkező két gömbsüveg felülete és köbtartalma adott arányban legyen. A második esetben fellépő harmadfokú egyenlet feltételeit is megállapította.

Stereometriai munkálatai közül végre még megemlítendők azok a köbtartalmi számítások, melyeket a kúpszeletek forgásából keletkező forgási idomok körül végzett. Érdekesebb tételei ezek: a paraboloid köbtartalma másfélszer akkora, mint a vele egyenlő alapú és tengelyű kúp; ha egy szferoidot (az egyik tengelye körül forgó ellipszis által keletkezett forgási test) középpontján keresztül menő sík által metszünk, e metszetek mindegyikének köbtartalma kétszer akkora, mint a vele egyenlő alapú és tengelyű kúpé.

Visszatérve Archimedes algebrai ismereteire, felemlíthetjük, hogy a természetes számsor tagjainak négyzetéből alkotott összeget is meghatározta oly tétel alakjában, melynek modern jelölésben ez felel meg:

$$3(1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2)=(n+1)n^2+(1+2+3+\ldots+n).$$

Megjegyezzük még azt is, hogy Archimedes ezt az eredményt használta fel arra, hogy a csigavonal czikkeinek területét kiszámíthassa.

Archimedessel kapcsolatba hozzák a "problema bovinum" név alatt ismeretes kérdést, mely sok vitatkozásra adott már alkalmat. Arról van szó, hogy Archimedes oly feladatot tűzött ki, melyben négy ismeretlent tartalmazó három egyenletből ez ismeretleneknek egész számú értékeit kell meghatározni.

A feladatnak versben való későbbi feldolgozása azonban kilencz egyenletből való tíz egész számú ismeretlen meghatározását kívánta. Mutatványul közöljük a költemény kezdetét:

Feladat,

melyet *Archimedes* epigrammák között talált és melyet a kyrenaei *Erathosthenes*-hez intézett levelében Alexandriába küldött azok számára, kik hasonló dolgok vizsgálásával foglalkoznak:

Számítsd ki, barátom, a Nap tulkai számát;
Buzgón keressed, hogy bölcsnek hivhassalak:
Számítsd ki, hogy mennyi legelt a mezőkön,
Trinákia szép szigetének gazdag legelőin.
Négy nyáj vala együtt, más-más színű mindenik,
Tejszínű az egyik, másik színe fekete,
És barna a harmadik, tarka a negyedik nyáj.
Mindegyik nyájban több vala a bika
S így oszlottak meg szépen arányosan:
Fehér bika annyi volt, mint a feketék fele
És harmada s hozzá még valamennyi barna;
Fekete annyi, mint a tarkák negyede
S ötöde s hozzá még valamennyi barna;
És tarka annyi, mint a fehérek hatoda
S hetede s hozzá még valamennyi barna.

A feladat összes egyenletei ezek:

$$x=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)y+z \qquad y=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)v+z$$

$$v=\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)x+z \qquad x'=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)(y+y')$$

$$y'=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)(v+v') \qquad v'=\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)(z+z')$$

$$z'=\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)(x+x') \qquad x+y=\omega'^2$$

$$vy+z=\frac{\omega^2+\omega}{2}.$$

Ez egyenletek közül tehát a három első az, mely az állítólagos eredeti archimedesi alakban megvolt; és ezek tényleg el is ütnek szerkezetükben a többi hattól.

Hogy tényleg Archimedes vetette-e fel vagy oldott-e meg ezt a problémát, avagy csak Archimedes-szerűnek, vagyis igen nehéznek akarták-e nevével minősíteni, azt nem tudjuk; az iránt azonban nem lehet kétségünk, hogy Archimedes meg tudta volna oldani a kérdést. Újabb időben megoldották a kilencz egyenletes feladatot is és azt találták, hogy az állatok száma: 5916837175686. Ez eredmény is valamennyire Archimedesre utal, a ki szeretett oly feladatokat adni, melyekben igen nagy számok szerepelnek, talán azért, hogy számrendszere bizonyos praktikus alkalmazásban is érvényesülhessen.

Áttérhetünk végre Archimedesnek ama tanulmányaira, melyek, bár a fizika körébe tatoznak, mégis mathematikai jellegűek és jelentőségűek is. A legismertebb az ú. n. *koronaszámítás*, mely Archimedesnek általánosan ismert hidrosztatikai törvényével kapcsolatos. Régi kútforrások szerint Hiero király aranykoronát készíttetett, melyet Archimedesnek adott át, hogy ez megvizsgálja, vajjon tényleg aranyból való-e a korona és nem tartalmaz-e ezüstöt is? Archimedes a fürdőben találta meg a feladat megoldásának gondolatát; örömében a fürdőből kiugrott és ruhátlanul haza szaladván csak ezt hangoztatta: "E$\nu\rho\eta\chi\alpha$, E$\nu\rho\eta\chi\alpha$!" (Megtaláltam!) A mit pedig megtalált, az a következő okoskodás volt: a mikor a vízzel teljesen megtöltött medenczébe lépett, annyi víz folyt ki abból, mint a mennyit a teste kiszorított; a kiszorított víz mennyisége azonban csak a test térfogatától függ és súlyától nem, a test súlya viszont egyenlő térfogat mellett az illető test anyagának természete szerint változik. Különböző testeknek tehát egyenlő súly mellett különböző térfogatuk van. A kérdés megoldása czéljából a korona súlyával egyenlő súlyú színarany- és színezüst-tömeget vett. E három test térfogatát az általuk kiszorított víz segélyével mérte meg; legyenek ezek: az aranytömeg térfogata v_1, az ezüsté v_2, a megvizsgálandó koronáé v. Ha a korona súlya q, a benne foglalt aranyé q_1, a benne foglalt ezüsté pedig q_2, akkor $q = q_1 + q_2$. A koronában foglalt arany térfogata azonban csak: $\frac{q_1}{q} \cdot v_1$, az ezüsté pedig: $\frac{q_2}{q} \cdot v_2$ s így:

$$v = \frac{q_1 v_1 + q_2 v_2}{q},$$

miből

$$qv = q_1 v_1 + q_2 v_2.$$

A térfogatok és súlyok egyenleteiből a következő összefüggést lehet meghatározni:

$$q_2 = \frac{v - v_1}{v_2 - v_1} \cdot q.$$

A korona tényleg nem volt színaranyból való és Archimedes nemcsak ezt puhatolta ki, hanem a fenti számítással még a belekevert ezüst mennyiségét is meghatározta.

A mechanikába vágó munkálatai körébe tartoznak az egyensúlyi feltételek és a síkok és testek súlypontjának meghatározásai. Az egyensúlyra vonatkozó tételei ezek: 1. két egyenlő súlyú nagyság közös súlypontja az e két nagyság súlypontjait összekötő egyenes középpontjában van; 2. az emelő akkor van egyensúlyban, ha a karok fordított arányban állanak a súlyokkal. Ez utóbbi tételt különben már Aristoteles is ismerte.

Archimedes nemcsak a háromszög és négyszög meg egyéb egyszerűbb idomoknak, hanem exhaustio segélyéve még a parabolaszeletnek is meghatározta a súlypontját; a súlypontja segélyével pedig a parabola quadratúrájának még egy módját találta meg.

Archimedes nevéhez még a vízemelésre használt csavar és a csigasor fűződik a mechanika köréből. Az Archimedes-féle csigasorra vonatkozok Archimedesnek ama ismeretes büszke mondása: $\Delta\acute{o}\rho\ \mu o\iota\ \pi o\upsilon\ \beta\alpha\acute{\iota}\ \chi\iota\nu\alpha\ \tau\acute{\alpha}\nu\ \gamma\acute{o}\nu$ (Adjatok egy pontot, a hol megállhassak és a földet kimozdítom). Ismeretes, hogy az Archimedes-féle csigasor segélyével igen nagy tehert rendkívül kis erővel lehet egyensúlyban tartani, esetleg elmozdítani, csak legyen a mozgó csigák száma elég nagy; ugyanis:

$$P = \frac{Q}{2^n},$$

a hol Q a csigasoron függő súly, P az azt egyensúlyban tartó erő és n a mozgó csigák száma.