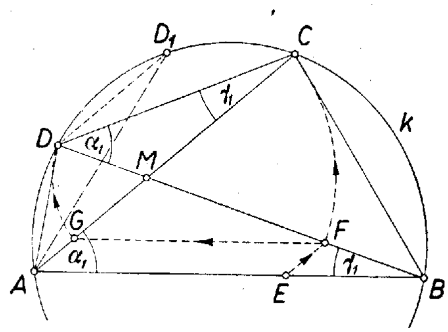
I. megoldás. Képzeljük a feladatot megoldottnak, rajzoljuk meg a négyszög körülírt körét, a BD átlót, és legyen az átlók metszéspontja M (1. ábra).



1. ábra

A kerületi szögek tétele szerint $BDC\sphericalangle = \alpha_1$, és $DBA\sphericalangle = \gamma_1$ így az ABM és CDM háromszögekben ismert egy-egy oldal és a rajta fekvő szög. Szögeik egyenlősége alapján e két háromszög hasonló, körüljárásuk ellentétes. Ezek alapján a szerkesztés pl. a következő lehet. Az AB szakasz A végpontjába felmérjük α_1-et, B-be γ_1-et, a másik szárak metszéspontja M. A-ból B felé felmérjük DC-t, az E végponton átmenő, AM-mel párhuzamos egyenessel F-ben metsszük BM-et, és az F-en átmenő, AB-vel párhuzamos egyenessel G-ben metsszük AM-et. AM és BM-nek M-en túli meghosszabbításaira MF-et, ill. MG-t felmérve kapjuk C-t, D-t.

A párhuzamos szerkesztések alapján MGF azonos körüljárással hasonló az MAB háromszöghöz, továbbá $DC = AE = GF$ alapján ellentétes körüljárással egybevágó az MDC háromszöggel. A szerkesztés végrehajtható, ha $\alpha_1+\gamma_1 <$ $< 180°$.

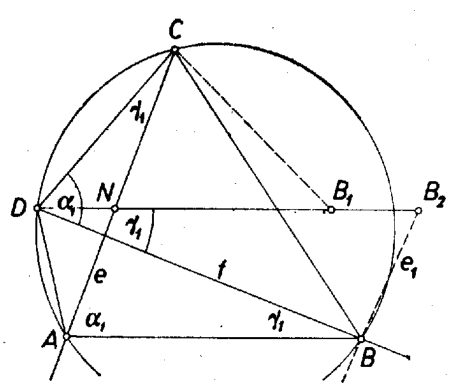
Szirai József (Nagykőrös, Arany J. g. II. o. t.)

II.megoldás. A szemben levő AB és CD oldalakat egymás mellé hozhatjuk úgy, hogy az ACD háromszöget tükrözzük k-nak az AC átlóra merőleges átmérőjére (1. ábra). Ekkor D-nek D_1 tükörképe a k-n van, $D_1A = DC$ és $D_1AC\sphericalangle = DCA\sphericalangle = \gamma_1$, tehát $D_1AB\sphericalangle = \alpha_1 + \gamma_1$ és a D_1AB háromszögben ismerünk két oldalt és a köztük levő szöget.

A szerkesztés: AB-re A-ban felmérjük α_1-et, ennek második szárától az AB-vel ellentétes oldalra γ_1-et, és γ_1 szárára A-tól CD-t, a végpont D_1. Megszerkesztjük az ABD_1 háromszög k körülírt körét, ez α_1 második szárát C-ben metszi. Végül D_1-et „visszatükrözzük” az AC felező merőlegesére, pl. úgy, hogy a C körüli, CD sugarú körrel k-ból – pontosabban: k-nak B-t nem tartalmazó AC ívéből – kimetsszük D-t. Így az utóbbi lépés is egyértelmű. – Az ABD_1 háromszög szerkeszthető, ha $\alpha_1 + \gamma_1 < 180°$.

Péterfai Béla (Győr, Bercsényi M. 12 évf. isk. III. g. o. t.)

III. megoldás. Adatainkból eltolással is kaphatunk közvetlenül megszerkeszthető segédháromszöget. Feltehetjük, hogy $\alpha_1 \geq \gamma_1$, mert ezt a nagyságviszonyt alkalmas átbetűzéssel mindig elérhetjük. Ekkor C legalább akkora távolságban van AB-től, mint D. Toljuk el AB-t A végpontjánál fogva D-be, és legyen B új helyzete B_1, DB_1 és AC metszéspontja N (2. ábra).



2. ábra

Ekkor $B_1DC\sphericalangle = B_1NC\sphericalangle - NCD\sphericalangle = \alpha_1 - \gamma_1$, tehát a DB_1C háromszög, továbbá a CA, DB átlók e, f félegyenese megszerkeszthető – ugyanis $CDB\sphericalangle = \alpha_1$. Csak az van még hátra, hogy az AB szakaszt e és f közé DB_1-gyel párhuzamosan beillesszük. Evégett DN-nek N-en túli meghosszabbítására felmérjük az $NB_2 = AB$ szakaszt, majd a B_2-n át e-vel párhuzamos e_1 egyenessel f-ből kimetsszük B-t, végül a B_2D-vel párhuzamos BA egyenessel e-ből kimetsszük A-t.

$\gamma_1 = \alpha_1$ esetén C a DB_1 egyenesen van és $N \equiv C$.