Bűvös négyzetnek mondjuk az olyan négyzetet, melynek $n \times n$ mezeje 1-től n^2-ig terjedő egész számokat oly elrendezésben tartalmazza, hogy az egyes sorokban, oszlopokban és az átlók mentén álló számok összege ugyanaz. Az első ábrában pl. az 1-től 16-ig terjedő számokat úgy rendeztük el, hogy a 4 sorban, a 4 oszlopban és a 2 átló mentén a számok összege 34. E négyzetet Albrecht Dürer (1471-1528) Melancholie czímű képén találjuk. A legalsó sornak két középső száma (1514) jelzi a kép készítésének idejét.

13	3	2	16
8	10	11	5
12	6	7	9
1	15	14	4

A bűvös négyzetek érdekes tulajdonságaival a legrégibb időktől fogva sokan foglalkoztak, noha e kérdésnek tudományos vagy gyakorlati szempontból nagyobb jelentősége nincsen.

A következőkben behatóbban foglalkozunk a bűvös négyzetekkel; bemutatjuk a régibb, érdekesebb módszereket, melyek azonban csak egyes esetekben alkalmazhatók; foglalkozunk a kérdés elméleti oldalával s végül megismertetjük az általános módszereket.

Ha az 1-től n^2-ig terjedő egész számokból akarunk bűvös négyzetet szerkeszteni, akkor mindenekelőtt meghatározzuk azt a számot, melyet minden egyes sor összegül ad; ezen összeget S-sel jelölve:

$$n \times S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1)^2 + n^2$$

vagy

$$n \times S = \frac{n^2}{2}(1 + n^2),$$

miből

$$S = \frac{n}{2}(1 + n^2).$$

Ha pl. n helyébe 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10-et teszünk, akkor S, a keresett összeg: 15, 34, 65, 111, 175, 260, 369, 505.

Szerkesszünk először olyan bűvös négyzetet, melynek 3 sora s 3 oszlopa van; ha a sorok, oszlopok s átlók irányában a számokat összeadjuk, akkor azt látjuk, hogy a középső mező 4-szer, a sarok mezők mindegyike 3-szor, a többi mező pedig 2-szer szerepel.

Hogy a számokat kellőképpen elhelyezhessük, képezzük az 1-től 9-ig terjedő számokból az összes hármas combinatiókat, melyek összegül 15-öt adnak. Ezek a következők:

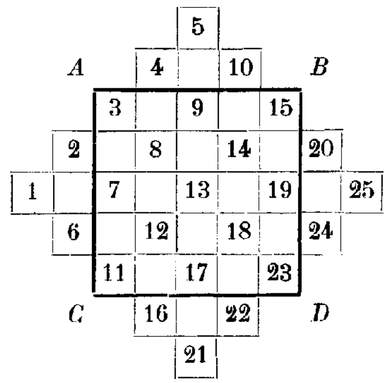
$$159,\ 168,\ 249,\ 258,\ 267,\ 348,\ 357,\ 456.$$

Azt látjuk, hogy az 5 négy csoportban, a 2, 4, 6, 8, három csoportban, az 1, 3, 7, 9, pedig két csoportban fordul elő. Ennek alapján az 5 kerül a középső mezőbe, a 2, 4, 6, 8 a szélső sarok mezőkbe, a többi számok pedig az üresen maradt mezőkbe. Így szerkeszthetjük meg a második ábrát. A számokat természetesen másképpen is helyezhetjük el; az 5-nek azonban a fentebbiek értelmében okvetlenül a középső mezőbe kell jutnia. A páros számok akármelyik sarokmezőben állhatnak, miért is összesen 8 különböző elhelyezés lehetséges.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Általánosabb s talán a legismertebb a *Bachet de Méziriac*-féle [1]. módszer. Eljárása a következő: Szerkesszünk két négyzetet, még pedig úgy, hogy mindegyiknek az átlói a másik négyzet oldalaira merőlegesen álljanak. A rajzon kijelölt módon atz egyikbe a számokat 1-től 25-ig sorban beírjuk. Ez által az $ABCD$ négyzetbe 13 szám kerül; az ezen négyzeten kívül álló számokat azután egymáshoz való helyzetük megváltoztatása nélkül a szemközt fekvő oldalnak üresen maradt helyeire írjuk. Így kapjuk azt a bűvös négyzetet, melyben minden sor, oszlop, s átló összegül 65-öt ad.

[1] Problemes plaisants et délectables qui se font par les nombres par Claude-Gaspar Bachet sieur de Méziriac (1612)



3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Ezen eljárás mindig alkalmazható, ha a mezők száma páratlan.