Euklides.

"Elemek": III. könyv.

A III. köny a kört tárgyalja; bevezetése 11 definíció, melyek a körök érintési viszonyaira és a kör részeire vonatkoznak.

Az 1. feladat a kör középpontjának megkeresése; a következő feladatok tartalma külömböző tételek a kör húrjaira (2.3.4.), belső és külső pontokból vont egyenesekre (7.8.9.) körök érintkezésére (11.12.13) vonatkozólag. Érdekes a 16. feladat fogalmazása:

A kör átmérőjére, annak végpontjában emelt merőleges kívül esik a körön, eme egyenes és a kerület közötti helyre más egyenes nem eshetik; az átmérő és a félkör által képezett szög minden egyenesvonalú helyes szögnél nagyobb, a maradéka pedig minden hegyes szögnél kisebb.

E fogalmazást csak úgy érthetjük meg, ha visszatérünk Euklidesnek a szögre vonatkozó definícióira, melyek az I. könyvben a 8. és 9. számúak. A 8. definíció (K.M.L.VI. évf. 3. lap) szerint bárminő vonalak képeznek szögeket, tehát nemcsak egyenesek, melyekről külön a 9. definíció emlékezik meg:

Ha a szöget képező vonalak egyenesek, a szöget egyenesvonalúnak mondjuk.

A görbevonalú szögek méréséről azonban Euklides nem tesz említést, a III. könyv 7. definíciójában ismét érinti a dolgot ily módon:

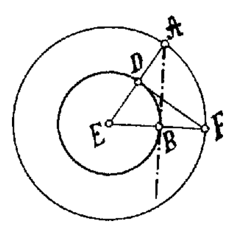
A körszelet szöge az a szög, melyet az egyenes (a 6. definíció értelméből kifolyólag: a húr) és a kör kerülete képez.

A fentebb idézett 16. feladatban azonban előáll e szög mérésének szüksége, még pedig abban az esetben, mikor a húr átmegy az átmérőbe. Euklides csak úgy képes az átmérő és a körkerület által bezárt szöget tárgyalni, ha a húrt addig forgatja, míg ez az átmérővel esik össze és ily módon téríti el a szöget is a derékszögbe. Euklides érzi, hogy más módon nehézségei támadnak; ugyanis a görbe vonalú szög mérését teljesen elejti, mert nem említi fel, hogy a görbevonalú szöget is tulajdonképpen az az egyenesvonalú szög méri, melyet a görbék metszési pontjában a görbékhez vont érintők képeznek. E nehézség még jobban kitűnik az idézett feladat végpasszusában említett, az átmérőre merőleges egyenes és a körkerület által képezett szögnél: Euklides itt ugyanis nem mondhatja, hogy a körív összeesik az egyenessel, mert hiszen a körívnek csak egy közös pontja van az illető egyenessel, viszont a körívben e közös ponton kívül más pontot sem vehet fel, a melyből a közös ponthoz vont összekötő egyenes mérné a kérdéses szöget, mert ez az összekötő egyenes viszont nem esik egybe a körívvel és a szög is változik az illető pont helye szerint. Ha Euklides valamely definíciójában az általános görbe érintőjére támaszkodott volna, a feladat eme részét mindenesetre így fogalmazza: az átmérőre, annak végpontjában emelt merőleges vonal összeesik a kör érintőjével, így ellenben kénytelen volt a szög mérését úgy kifejezni, hogy az átmérőre merőleges egyenes és a körkerület által képezett szög „minden egyenesvonalú szögnél kisebb".

E kifejezés azonban teljesen pontos és mathematikailag helyes; Euklides finom mathematikai érzéke a nehézségek közepette is a helyes úton vezette őt; különben emez eljárása nem is oly véletlenszerű, mint a hogy talán első pillanatra annak látszik, hanem egy egészen rendszeres mathematikai módszernek, a *határátmenet*nek egyik esete. Egyébiránt e feladat a XVI. és XVII. században még sok alkalmat nyújtott megvitatásokra, melyekben Clavius, Peletarius, Taquet, Vieta, Wallis és mások vettek részt.

A 17. feladatban a körhöz egy külső pontból érintőt kell vonni;

Euklides e szerkesztést igen érdekes módon végzi a kör szimmetrikus voltánál fogva: az adott kör E középpontjából új kört rajzol, mely a külső A ponton megy keresztül (1. ábra).



Az AE sugár az adott kört D pontban metszi; e pontban merőlegest emel a sugárra, mely merőleges a külső kört F pontban metszi. Az FE sugár az adott kört B pontban metszi, mely B pont lesz az A pontból a körhöz vont érintőnek érintőpontja.

A 18. és 19. feladat szintén az érintőre vonatkozó tételek.

A 20. feladat az a nevezetes tétel, hogy a középponti szög kétszer akkora, mint az ugyanazon ívhez tartozó kerületi szög; ennek következményét pedig, hogy az ugyanazon íven nyugvó összes kerületi szögek egyenlők, a 21. feladat mondja ki.

A 22. feladatnak az a tétele, hogy a körbe írt négyszög két-két átellenes szögének összege 180°.

A 23. 24. és 25. feladat a körszeletekkel foglalkozik, a 26. 27. 28. és 29. pedig ismét az ívekkel és a hozzájuk tartozó szögekkel.

Nevezetes tétel van ismét a 35. feladatban, mely szerint:

Ha a körben két egyenes metszi egymást, az egyiknek szeletei által képezett téglalap egyenlő a másiknak szeletei által képezett téglalappal.

E tételt, mint tudjuk, már Archytas ismerte és alkalmazta is (l. K.M.L. V. évf. 83. lap).

A 36. és 37. számú utolsó feladat tárgya az a tétel, hogy egy külső pontból a körhöz vont szelők szeleteinek szorzata egyenlő az érintő négyzetével.

IV. könyv.

E könyv a körbe és a kör köré írt idomokat tárgyalja és így mintegy folytatását és kiegészítését képezi a III. könyvnek.

A könyv elején 7 definíció van a körbe és a kör köré való írásról. A kis terjedelmű könyvből ezek az említésre méltó feladatok:

4. *Adott háromszögbe kört írni.*
5. *Adott háromszög köré kört írni.*
6. *Adott körbe négyzetet írni.*
7. *Adott kör köré négyzetet írni.*
8. *Adott négyzetbe kört írni.*
9. *Adott négyzet köré kört írni.*

A 10. feladat ismét az aranymetszést alkalmazza, mert *oly egyenlőszárú háromszöget kell szerkeszteni, melyben az alap mellett fekvő mindegyik szög két akkora legyen, mint a harmadik szög.*

Ez, mint tudjuk a 72°, 72°, 36° szögekkel bíró háromszög, mely a szabályos ötszögnek alkotó eleme és úgy keletkezik benne, ha a szabályos ötszög egyik oldalának két végpontját összekötjük az oldallal szemben fekvő csúcsponttal. Eme összefüggés alapján végzi is Euklides a szabályos ötszög szerkesztését a 11. feladatban. A 12. 13. és 14. feladat is az ötszögre vonatkozik.

A 15. feladatban a szabályos hatszöget, a 16. és utolsó feladatban pedig a szabályos ötszög és a szabályos háromszög csúcspontjainak segélyével a szabályos tizenötszöget szerkeszti.

Baumgartner Alajos.