Euklides.

(Kr. e. III. század.)

A görög műveltség a nagy makedoniai birodalom összes országaiban elterjedt és ezekben oly annyira erős gyökeret is vert, hogy eme országok némelyike lett tulajdonképpen e műveltség székhelye, annál is inkább, mert a makedoniai beavatkozás a görögök politikai szabadságába meglehetősen meggyengítette azt a hatalmas szellemi tevékenységet, melynek eredménye a nagy görög kultúra volt. A makedonok meghajoltak ugyan a görög szellem fensége előtt, sőt kötelességüknek tartották, hogy minden lehető módon terjesszék, mindazonáltal a görög szellemi munkásság mindinkább elhagyja azokat az ágakat, a melyeknél teljesen egészséges fejlődés, csak korlátlan szabadság mellett lehetséges; e helyett lassankint adatok gyűjtésére, azok rendezésére és felhasználására szorítkozik. Mathematika, földrajz, nyelvészet, természetrajz stb. képesek ily eszközök mellett fejlődni s így a makedon korszakban a görög művészet elsatnyul, ellenben a görög tudomány virágzási korát éri el. E mellett azonban a tudományos élet nem a görög földön fejlődik, hanem Egyiptomban, a Nagy Sándor által Kr. e. 332-ben alapított Alexandriában talál alkalmas talajt. Egyiptom ősrégi tudományos tradíciói, előnyös földrajzi fekvése, az új város fejlődése és kiválóan I. Ptolomaeus Lagos király (300-284) tudományszeretete járultak ahhoz, hogy élénk tudományos élet verhessen gyökeret ezen a helyen. Ptolomaeus király mindjárt trónralépte után megalapította a Múzeumot, mely tudósok társasága volt és melyhez a világhírű könyvtár tartozott. E Múzeum egyik tudósa volt Euklides, kit a király maga hívott meg e helyre. Itt fejtette ki a mathematika rendszerét és helyezte ezt a vele rokon tudományok között az első helyre. Életrajzából azonban alig tudunk adatokat, születésének sem helyét, sem idejét nem ismerjük; állítólag Egyiptomban született; 300 körül kerülhetett a Múzeumba és munkásságának legfontosabb periódusa, valószínűleg Kr. e. 280 körül van. Úgy látszik, teljesen csak hivatásának élt és élete végéig a Múzeumban dolgozott; halála évét sem ismerjük. Csak jelleméről van néhány feljegyzés: hogy szelíd és szerény volt és jó akarattal viseltetett mindenki iránt, a ki a mathematikát fejleszteni akarta. Tisztelettel volt az elődök iránt; mások munkáin lehetőleg semmit sem változtatott. E mellett azonban önérzetes is lehetett, mert egy adoma szerint Ptolomaeus királynak, a ki azt kérdezte tőle, hogy geometriai dolgokban nincs-e rövidebb út az ő könyvénél, azt felelte: "Uram! A geometriához a királyok számára sem vezet külön út."

Az "Elemek".

Euklides eme világhírű könyve, melyről a király beszél: a "$\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\acute{\iota}\alpha$" (stoicheia). Korszakalkotó munkával állunk szemben e műben, a mely a mathematikának első tökéletes tankönyve. Csak ennek a műnek alapján lehetett a tudományt biztosan, világosan tovább fejleszteni. Azonkívül feltárja e könyv teljesen a görögök eddigi mathematikai ismereteit; míg eddig csak egyes adatokat, problémákat, töredékeket ismertünk, most e műben az egész alkotmányt látjuk, teljes rendszerben, hézagok nélkül. Összegyűjtötte mindazokat a dolgokat, melyeket Thalestől és Pythagorastól kezdve egész a platói és aristotelesi iskoláig ismertek és feldolgoztak és ezeket elrendezve, páratlan tudományos éleslátással, világos áttekinthetőséggel oly tökéletes munkát alkotott, melyet még a legnagyobb mathematikusok is követtek.

Az "Elemek" az egész elemi mathematikát foglalják magukban egészen a kúpszeletekig. Az egész mű 15 könyvől áll; a XIV. és XV. könyvet azonban némelyek Hypsiklesnek, egy a Kr. e. II. századbeli alexandriai mathematikusnak tulajdonítják.

Euklides műve annyira érdekes és fontos, hogy azt könyvenként fogom ismertetni.

I. KÖNYV.

E könyv tartalma: a háromszög oldalainak és szögeinek fontosabb tételei, háromszögek szerkesztése, merőleges és párhuzamos vonalak tételei, négyszögek és háromszögek területe.

Mielőbb azonban Euklides a tárgy feldolgozásához fog, bizonyos bevezető, magyarázó és alapvető tényezőket gyűjt össze. Ezek első faja a *definíciók* ($\delta\rho o\iota$); mutatványul közülök ezeket mutatom be.

1. Azt, a minek nincs része, pontnak nevezzük.

2. A vonal oly hosszúság, melynek nincs szélessége.

3. A vonal végei pontok.

4. Egyenes vonalnak azt a vonalat nevezzük, melynek elhelyezkedése a benne levő pontokra nézve mindenütt azonosan egyenlő.

5. Azt, a minek hosszúsága és szélessége van, felületnek nevezzük.

7. Síknak nevezzük az olyan felületet, mely a benne levő egyenesekre nézve mindenütt azonosan egyenlő elhelyezkedésű.

8. Sík szögnek nevezzük a síkban egymást metsző két vonal egymáshoz való hajlását.

10. Ha valamely egyenest egy másikra úgy állítunk, hogy a két szomszédos szög egymással egyenlővé lesz, e szögek mindegyikét derékszögnek és az egyeneseket egymásra merőlegeseknek mondjuk.

15. A kör oly egyetlen egy vonallal bezárt síkidom, melynek bármely pontjából egy a belsejében fekvő ponthoz húzott egyenesek mind egyenlők.

16. Ezt a pontot a kör centrumának nevezzük.

17. A kör átmérője a kör centrumán átmenő és mindkét végén a kör területe által határolt egyenes, mely a kört megfelezi.

A 24-29. definíciók a háromszögeknek oldalaik és szögeik szerint való beosztására vonatkoznak.

A 30-34. definíciók a különböző négyszögekkel foglalkoznak. Végre az utolsó definíció ez:

35. Párhuzamosaknak nevezzük azokat az egyeneseket, melyek egy síkban vannak s a melyek, habár mindkét oldalon a végtelenségig meghosszabbítjuk őket, még sem találkoznak.

Bizonyos, hogy a definícziók némelyikéhez szó fér: egyik nem is mondja meg azt, a mit tulajdonképpen definiálni akar (mint pl. a pont, a vonal és lap definícója), másik pedig talán teljesen fölösleges (mint pl. a 19. A félkör középpontja ugyanaz, a melyik a köré); de fogjuk fel úgy a dolgot, hogy Euklides előrelátásból és áttekinthetőség céljából a tágyalandó anyagnak mintegy pontosan összegyűjtött tartalomjegyzékét kívánja e definíciókban adni.

A definíciók után Euklides oly szerkesztéseket és tételeket említ fel, a melyek az anyag tárgyalásának kiinduló pontjaiul szolgálnak; ezeket *követelések*nek, *posztulatum*oknak ($\alpha\iota\tau\eta\mu\alpha\tau\alpha$) nevezi, a melyek a következők:

1. Minden pontból vonhatunk bármely más pont felé egyenest.
2. Minden véges hosszúságú egyenes, egyenes vonalban folytonosan meghosszabbítható.
3. Bármely centrum körül tetszőleges sugárral kört rajzolhatunk.
4. A derékszögek egymással mind egyenlők.
5. Ha két adott egyenest egy harmadik metsz, akkor azok a metszőnek azon az oldalán találkoznak, melyen a belső szögek összege kisebb $2R$-nél.
6. Két egyenes nem zár be területet.

Végre pedig oly állításokat gyűjt össze, melyeknek igazságát nem kell vagy nem is lehet bebizonyítani; ezeket *általános feltevések*nek ($\chi o\iota\nu\alpha\acute{\iota}\ \epsilon\nu\nu o\iota\alpha\iota$) nevezi, későbbi írók ezeket *axiomák*nak ($\alpha\xi\iota\omega\mu\alpha\tau\alpha$) mondják. Ezek a következők.

1. Mennyiségek, melyek egy és ugyanazzal a mennyiséggel egyenlők, maguk között is egyenlők.
2. Ha egyenlőkhöz egyenlőket adunk, egyenlőket kapunk.
3. Ha egyenlőkből egyenlőket elveszünk, egyenlőket kapunk.

Ráismerünk ezekben azokra az axiomákra, a melyekre kiválóan az egyenletek tárgyalásánál igen gyakran szoktunk hivatkozni.

A következő két axioma az egyenlőtlenségekről szól:

4. Ha nem egyenlőkhöz egyenlőket adunk, nem egyenlőket kapunk.
5. Ha nem egyenlőkből egyenlőket elveszünk, nem egyenlőket kapunk.

A következő axiomák ezek:

6. Egyenlőknek kétszrresei egymással egyenlők.
7. Egyenlőknek felei egymással egyenlők.
8. Egymásra illők egyenlők.
9. Az egész nagyobb mint annak része.

Mindezekből azt látjuk, hogy a görög mathematikának jellege mindig geometriai: az általános mennyiségeket a görögök geometriai idomok által fejezték ki, a mennyiségek közötti összefüggést pedig szerkesztések révén bizonyították be. Geometria nélküli tárgyalásba csak tisztán számbeli, de nem általános mennyiségtani összefüggéseknél bocsátkoztak. Alapjában véve tehát Euklides művében még mindig a pythagorasi felfogás tükröződik vissza.

Budapest.

Baumgartner Alajos.