

Egy félreértésből támadt matematikai per.

A kik a gymnasium legfelsőbb osztályaiba járnak, okvetetlenül hallottak már a königsbergi bölcsről, ki hatalmas szelleme bélyegét rányomta a legújabb kor egész tudására, hitére és cselekvésére. De talán nem mindenki tudja közülök, hogy az újkor e legnagyobb elmélkedője, a lelkiismeretesség és kötelességtudás legélesebb elméjű szószólója, eleinte hosszú ideig leginkább matematikával foglalkozott, a matematika professzora is akart lenni, és egész hosszú örökértékű életén át mindvégig megtartotta a matematika iránt való élénk érdeklődését.

E nagy férfiú életéből akarok ezúttal egy matematikára vonatkozó érdekes kis epizódot elbeszélni, melyből egyebek között azt az érdekes tanulságot vonhatjuk le, hogy mihelyt matematikus dologról beszélünk, lehető legpontosabban kell beszélnünk, mert különben könnyen mondunk olyasvalamit, a mi valamely óvatossággal matematikus szomszédunknak kihívja a rendreutasító, jogos kritikáját. Ily kritika ellen a matematikában nem véd meg semmi tekintély, és a mit egyszer állítólak a mi Zsigmond királyunknak arczába mondtak: Non est Caesar supra grammaticam, azt még nagyobb joggal alkalmazhatjuk a matematikára: Non est Caesar supra mathematicam, legyen itt akár a szellem birodalmának valamely oly hatalmas uralkodójáról szó, minő Kant Immanuel volt.

Történt ugyanis egyszer, éppen a mi milleniumi kiállításunk megnyitásának hónapjában volt száz éve, hogy Kant, ki akkor már régesrég dicsősége tetőpontján állott, egy berlini folyóiratban egy kis értekezést közölt ily címen: *Von einem neuerdings erhobenen vornehmen Ton in der Philosophie*. (A philosophiában újabban hallatott előkelő tonusról). Benne egyebek között – nem éppen elismerő módon – szóvá teszi Pythagorasnak és utódjainak azt az ismeretes eljárását, hogy a számokban bizonyos titokzatos vonatkozásokat, jelentőséges symbolumokat kerestek. Ennek kapcsán furcsáknak és haszontalanoknak mond Kant oly kérdéseket, minő például ez volna: Mi az oka, t. i. a számokon kívül levő, esetleg a világrendben, vagy általánosan logikai kapcsolatban rejlő oka annak, hogy *derékszögű háromszög három oldalának rationalis viszonya csak a 3, 4, 5 számoké lehet?* Tudvalevő, hogy e számokat, a 3, 4, 5-öt, melyekre nézve áll, hogy $3^2 + 4^2 = 5^2$, vagyis a melyek az ismeretes pythagorasi tétel követelményeinek megfelelnek, illetőleg az $x^2 + y^2 = z^2$ egyenletnek rationalis, sőt egész számú megoldásai, *pytharorasi számoknak* nevezik. Csakhogy nemcsak e három szám adja a rationalis egész számok oly a, b, c csoportját, melyre igaz, hogy $a^2 + b^2 = c^2$, hanem persze mindenekelőtt az összes $3n, 4n, 5n$ számtriasok is, a hol n bármely egész szám, de továbbá minden ily összetartozó számháromság is, minők ezek $m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2$, a hol m és n tetszőszerinti egész számok, melyekre nézve $m > n$. (Derékszögű háromszög oldalairól szól Kant, és azért itt csak a pozitív megoldásokat akarjuk számba venni). Kantnak fentírt mondata, hogy a derékszögű háromszög három oldalának rationalis viszonya *csak* a 3, 4, 5 számoké lehet, e szerint ily alakban nem áll. Az állítás helytelensége rögtön fel is tűnt egy Reimarus nevű tudósnak (nem a Lessingtől kiadott "Wolfenbütteler Fragmente" híres írója, a ki már 1768-ban meghalt), és ez az illető berlini folyóiratnak egy újabb számában bebizonyította, hogy bizony sok ily rationalis megoldása van az $x^2 + y^2 = z^2$ egyenletnek, miként ezt persze Reimarus előtt is már régen tudták.

Nos, mit gondolnak, kedves olvasóim, Kant nem tudta-e, hogy 3, 4, 5 nem az egyetlen rationalis megoldás? Bizony tudta ő is, csakhogy a maga szellemi óriás voltában megengedte magának a hanyag kifejezésmódot. Tulajdonképpen csak arra célzott volt, hogy a természetes számsorban egymásután következő három pozitív, azaz 0-nál nagyobb rationalis szám nincs több, mint az említett három, mely a szóban forgó követelménynek megfelelne, és tulajdonképpen csak e szoros egymásutánban, mely többé az egész számsorban nem ismétlődik, található az, ki ilyeneket keresne, valami csodálatost vagy mystikust. E helyesbítést, illetőleg szavainak magyarázatát kénytelen is volt Kant aztán egy "Ausgleichung eines auf Missverstand beruhenden mathematischen Streit" (Egy félreértésen alapuló matematikai vita elsimítása) című kis dolgozatban megírni, illetőleg magát a félreértésre alkalmas adó kifejezéseit némileg excusálni. Ha mindjárt világosan és szabatosan beszélt volna, Reimarus is, magát is megkímélte volna a felesleges írka-firkától, melyből matematikus nem tanult semmit, legfeljebb annyit, a mire soraim elején utaltam, hogy mindig pontosan kell beszélni. Persze nemcsak a matematikában, hanem más téren is. Csakhogy sehol sem követi a helytelen, nem pontos beszédet oly gyorsan a nemesis, mint a matematika terén.

Végül még csak egyet kérdezek Önöktől, kedves olvasóim, és egyet, ha nincs ellen kifogásuk, ígérek is önöknek.

Kérdésem ez: 424. *Hogyan lehet azt bebizonyítani, hogy csak e három egymásután következő szám létezik a természetes számsorban, mely megfelel a pythagorasi tétel követelményének?*

Ígéretem pedig ez: Ha a fentebb elmondott apróság Kant életéből érdekelte a "Középiskolai Matematikai Lapok" fiatal olvasóit, kik ma talán szintén buzgó kezdő matematikusok, és egykor majd, ki tudja, mi is lesz a hivatásuk, akkor ezentúl is többször közlök egyik másik matematikai érdekű apróságot oly nagy emberek életéből, illetőleg munkásságából, kik szerették a matematikát, és még sem lettek a szó szoros értelmében matematikusokká.

Budapest.

Dr. Waldapfel János.