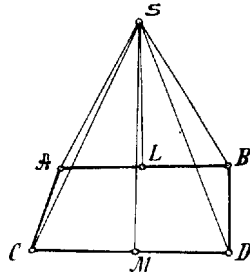


397.¹ Mennyiségtani játékok.

A K.M.L. IV. évfolyamának 7. számában néhány tréfás algebrai bizonyítást mutattunk be; lássunk most geometriai bizonyításokat, melyek hibás eredményre vezetnek.

1. *Kimutatjuk, hogy a tompa szög egyenlő a derékszöggel.* Legyen adva az $ABCD$ négyszög, melyben $\angle ABD = 90^\circ$, $\angle BAC$ szög tompaszög és $AC = BD$. AB és CD oldalak középpontjaiban merőlegeseket emelünk, melyek egymást S pontban metszik.



Kössük össze S -et a négyszög csúcspontjaival. Nyilvánvaló, hogy

$$SA = SB, \quad SC = SD.$$

Mint ahogy továbbá feltevés szerint $BD = AC$, tehát

$$SAC\triangle \cong SBD\triangle,$$

mert oldalaik sorban egyenlők. Ennélfogva

$$\angle CAS = \angle DBS.$$

Másrészt világos, hogy

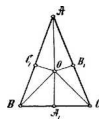
$$\angle LAS = \angle LBS,$$

mert az SAB háromszög egyenlőszárú s így

$$\angle CAS - \angle LAS = \angle DBS - \angle LBS$$

tehát $\angle CAB = \angle ABD$.

2. *Minden háromszög egyenlőszárú.* Rajzoljuk meg az ABC háromszögben az AO szögfelezőt s emeljünk BC középpontjában merőlegest. Ha $AO \perp BC$ -re, akkor AO egybe esik A_1O -val, $AB = AC$ és a háromszög egyenlőszárú. De ha AO nem merőleges BC -re, akkor AO és A_1O egymást egy O pontban metszik.



Bocsássunk O -ból az AB és AC oldalakra merőlegeseket. Ekkor

$$AOB_1\triangle \cong AOC_1\triangle$$

mert mindkettő derékszögű, AO átfogójuk közös és $\angle OAB_1 = \angle OAC_1$. Tehát

$$(1) \quad AB_1 = AC_1$$

és

$$OB_1 = OC_1.$$

Továbbá

$$A_1OB\triangle \cong A_1OC\triangle,$$

mert mindkettő derékszögű és befogóik egyenlők. Ennélfogva

$$OB = OC.$$

Végül

$$OB_1C\triangle \cong OC_1B\triangle,$$

mert mindkettő derékszögű, továbbá a megelőzők szerint $OB = OC$ és $OC_1 = OB_1$. Így tehát

$$(2) \quad BC_1 = CB_1$$

(1)-ből és (2)-ből tehát következik, hogy

$$AB_1 + B_1C = AC_1 + C_1B$$

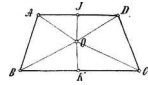
vagy

$$AC = AB$$

s így az ABC háromszög csakugyan egyenlőszárú.

3. Ha egy négyszögben két szemközt fekvő oldal egyenlő, akkor a másik két szemközt fekvő oldal párhuzamos.

Ha tehát $AB = DC$, akkor $AD \parallel BC$. Emeljünk az AD és BC oldalak középpontjaiban merőlegeseket, melyek egymást O -ban metszik és kössük össze O -t a négyszög csúcspontjaival.



Nyilvánvaló, hogy

$$OA = OD, \quad OB = OC$$

és a feltevés szerint

$$AB = DC$$

tehát

$$OAB\triangle \cong ODC\triangle$$

s így

$$AOB\angle = DOC\angle.$$

De másrészt

$$JOA\angle = JOD\angle \text{ és } BOK\angle = COK\angle,$$

tehát

$$JOA\angle + AOB\angle + BOK\angle = JOD\angle + DOC\angle + COK\angle.$$

Mínt hogy az egy pont körül fekvő szögek összege 360° , ezért

$$JOA\angle + AOB\angle + BOK\angle = 180^\circ$$

vagyis $JOK\angle$ egyenes szög, tehát JO és OK egy ugyanazon egyenesbe esnek. Ha pedig AD és BC ugyanazon JK egyenesre merőlegesek, akkor AD csakugyan párhuzamos BC -vel.

Budapest.

Dr. Bozóky Endre.