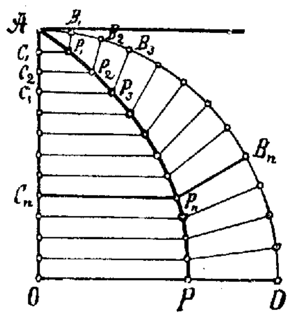
Dinostratos.

(Kr. e. IV. század.)

A platoi iskolában a delosi problemán kívül még a többi problémát is tanulmányuk tárgyává tették; ily módon Dinostratos, az iskola egyik tagja, Menaechmos testvére, a Hippias-féle görbét (V. évf. I. lap) tanulmányozva, annak igen érdekes új tulajdonságait fedezte fel, melyek a kör quadraturájára vonatkoznak s így ezek felhasználásával e problémát is egy lépéssel tovább vitte.

A Hippias-féle görbénél a következő arányokat találta (l. 1. ábra) a D pontból kiinduló körívekre és az O pontból kiinduló megfelelő sugárrészekre vonatkozólag:



1. ábra

$$DB_1 : OC_1 = DB_2 : OC_2 = \ldots = DB_n : OC_n,$$

a hol a B_1 és $C_1 B_2$ és $C_2 \ldots, B_n$ és C_n pontok megfelelően a görbének $P_1,\ P_2 \ldots,\ P_n$ pontjához tartoznak. Ez arányok természetesen ama B és C pontokból kiinduló vonalakra is érvényesek, melyek a görbének A pontjához tartoznak; ez esetben a B és C pontok is az A ponttal esnek össze, úgy hogy az aránylat ez:

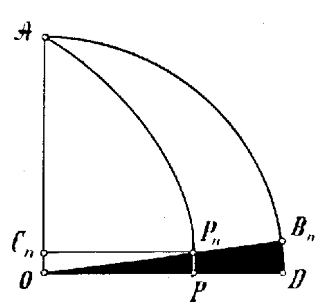
$$DA : OA = DB_n : OC_n$$

és mivel $OA = r$, úgy:

$$DA : r = DB_n : OC_n.$$

Ily módon Dinostratos a DA negyedkörívet és a sugarat hozta be az aránylatba; az általános $DB_n : OC_n$ arányba pedig úgy hozott speciális értékeket, hogy a Hippias-féle görbének egy másik főpontját: a P pontot választotta. Itt azonban nehézség támad, mert a P ponthoz tartozó DB_n körív is meg az OC_n sugárrész is nullára fogy le és így e mennyiségek a nevezett arány megállapítására fel nem használhatók.

Hogy azonban mily finom mathematikai érzék fejlődött már ki e korban, azt Dinostratosnak ama ügyes eljárása bizonyítja, mellyel e nehézséget kikerüli. Ez eljárás *a megközelítés módszere,* mely később hasonló esetekben egész mathematikai disciplinává fejlődött ki. E módszer a jelen esetben abban állt, hogy a görbének általános P_n pontját nem helyezte rögtön a P pontba, hanem csak ahhoz igen közel (1.2. ábra), miáltal a B_n pont is igen közel jut a D ponthoz és a C_n pont is igen közel az O ponthoz, úgy hogy a PP_n körív mindinkább az OD sugárral merőleges és OC_n-nel egyenlő egyenes vonalnak és a DB_n körív is az OD sugárra merőleges egyenes vonalnak tekinthető és pedig annál inkább, minél közelebb jut a P_n pont a P ponthoz.



2. ábra

A $DB_n : OC_n$ arány ennélfogva a

$$DB_n : PP_n$$

arányhoz közeledik. De az ODB_n és OPP_n hasonló derékszögű háromszögekből:

$$DB_n : PP_n = OD : OP.$$

Legyen $OP = \rho$ és mivel $OD = r$, úgy

$$DB_n : PP_n \text{ illetőleg } DB_n : OC_n = r : \rho.$$

Ez aránylatnak a

$$DA : r = DB_n : OC_n$$

aránylattal való összevetéséből származik végre:

$$DA : r = r : \rho,$$

miből:

$$DA = \frac{r^2}{\rho}.$$

Dinosrtratos tehát az előbbi aránylat alapján egy igen könnyű szerkesztésben és egy igen egyszerű képletben, melyekben csak a kör sugara és a Hippias-féle görbe ρ vonala szerepel, megadja a lehetőséget a negyedkör hosszának egyenes vonalban való meghatározására, végeredményben tehát a kör rektifikácziójára. A Hippias-féle görbe tehát a kör rektifikácziójára és ennélfogva az evvel összefüggésben álló (l. V. évf. 3-4. lap: Hippokrates) kör-quadraturára vezetett. Ennek alapján a Hippias-féle görbét Dinostratos óta latin fordításban *quadratrix*-nak nevezik.

Azonban a probléma éleselméjű megoldása daczára is ismét kritikai szavunkat kell közbevetnünk. Dinostratos a negyedkör hosszának meghatározását oly távolságtól teszi függővé, mely tulajdonképpen meg sem szerkeszthető és ez: az $OP = \rho$ távolság. A Hippias-féle görbének bármely P_n pontját (l. 1. ábra) ugyanis az OB_n sugár az ennek megfelelő, a C_n ponton átmenő és az OD sugárral párhuzamos vonalak metszéspontjai adják. Minél közelebb jut azonban a B_n pont a D ponthoz és vele együtt a megfelelő C_n pont az O ponthoz, annál hegyesebb és ennélfogva megbízhatatlanabb metszést adnak a nevezett vonalak, ha pedig a B_n éppen beleesik a D pontba és vele együtt a megfelelő C_n pont az O pontba, az OD sugár és az O-ból kiinduló vonal összeesnek és így a keresett P pont meg sem határozható, tehát az $OP = \rho$ távolság meg nem szerkeszthető.

Így tehát Dinostratos megoldása is igen érdekes elméleti összefüggéseket tár fel a körre vonatkozó két problémában, de gyakorlatilag elvégezhető szerkesztést ez sem nyújt.

Budapest.

Baumgartner Alajos.