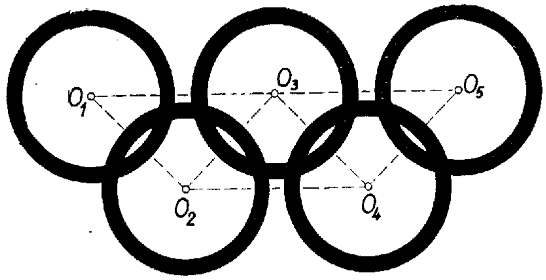
Az adott elrendezésben a „szomszédos” gyűrűk átfedik egymást, vagyis azok, melyeknek középpontjai az említett egyenlő szárú derékszögű háromszögek egy-egy befogójának végpontjai (1. ábra).

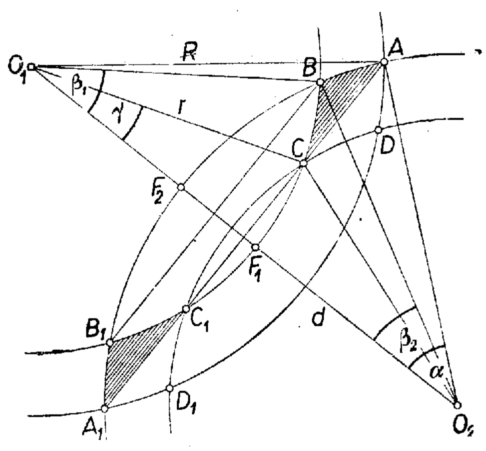



*1. ábra*

Éspedig szomszédos gyűrűk külső és belső határoló körei közül bármelyik kettő metszi egymást, mert középpontjaik távolsága $d = 24/\sqrt{2} = 12\sqrt{2} < 17$ – ugyanis négyzeteikre $288 < 289$, és ez kisebb a belső sugarak $9 + 9 = 18$ összegénél, másrészt nagyobb a külső és a belső sugár különbségénél, 2-nél. – Ezzel szemben két olyan gyűrűnek, melyek középpontja egy egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogójának két végpontja, nincs közös része, mert még a külső határoló körök sugarának $11 + 11 = 22$ összege is kisebb az átfogónál.

Bármelyik két szomszédos gyűrűnek két közösen átfedett része van, a szomszédos gyűrű párok száma 4, így a kétszer átfedett részek száma a jelvényben 8, nyilvánvalóan valamennyi egybevágó. Egy közös rész területét $t_2$-vel, egy gyűrűét pedig $t_1$-gyel jelölve az 5 gyűrű által lefedett terület $5t_1 - 8t_2$, mert az $5t_1$ tagban mindegyik közös részt 2-szer számítottuk be.

Legyen a gyűrűk határoló köreinek sugara $R$ és $r$, ahol $R > r$. Így $t_1 = \left(R^2 - r^2\right)\pi$.




*2. ábra*

Legyen két szomszédos gyűrű középpontja $O_1$, $O_2$ (2. ábra), és egyik közös részük az $ABCD$ görbevonalú négyszög, ahol $A$ a két nagyobb és $C$ a két kisebb kör metszéspontja – ezek $O_1O_2$ felező merőlegesének pontjai –, $B$ pedig az $O_1$-höz közelebbi csúcs, legyen továbbá $ABCD$ tükörképe $O_1O_2$-re – e két gyűrű másik közös része –$A_1B_1C_1D_1$. A szimmetria folytán a közös rész területe egyenlő az $ABC$ és $A_1B_1C_1$ vegyes határvonalú háromszögek területének összegével. Ezt megkaphatjuk pl. Az $ABB_1A_1$ és $BCC_1B_1$ vegyes vonalú négyszögek (görbeszárú trapéznak területfenék különbségeként, végül az utóbbiak mindegyike két körszelet területének különbsége. Éspedig — ha az $O_1$ középpontú $CC_1$ ív és az $O_2$ középpontú $AA_1$ ív felezőpontja $F_1$, ill. $F_2$, továbbá az idomok területét ugyanúgy jelölve, mint magukat az idomokat –

$$\begin{aligned} t_2 = ABC + A_1B_1C_1 = ABB_1A_1 - BCC_1B_1 = \\ = (AF_2A_1 - BF_2B_1) - (BF_1B_1 - CF_1C_1). \end{aligned}$$

Az egymás utáni körszeletek $\alpha$, $\beta_2$, $\beta_1$, $\gamma$ fél nyílásszöge az $O_1O_2A$, $O_1O_2B$, ill. $O_1O_2C$ háromszögből a

$$\cos\alpha = \frac{d}{2R}, \qquad \cos\beta_2 = \frac{d^2 + R^2 - r^2}{2dR},$$
$$\cos\beta_1 = \frac{d^2 + r^2 - R^2}{2dr}, \qquad \cos\gamma = \frac{d}{2r}$$

összefüggésekkel kiszámítható, ezekből pedig a körszelet $t=\varrho^2(\varphi-\sin\varphi)/2$ területképletével (ahol $\varrho$ a sugár, $\varphi$ a teljes nyílásszög ívmértékben):

$$t_2=\frac{R^2}{2}\big[(2a-\sin 2a)-(2\beta_2-\sin 2\beta_2)\big]-\frac{r^2}{2}\big[(2\beta_1-\sin 2\beta_1)-(2\gamma-\sin 2\gamma)\big].$$

A számadatokkal $t_1=40\pi$;

$$\alpha\approx 39{,}52^\circ\approx 0{,}6898,\qquad \beta\approx 28{,}54^\circ\approx 0{,}4980,$$
$$\beta_1\approx 35{,}72^\circ\approx 0{,}6235;\qquad \gamma\approx 19{,}47^\circ\approx 0{,}3397,$$

így $t_2\approx 4{,}54\ \mathrm{cm}^2$; végül a keresett terület $592{,}0\ \mathrm{cm}^2$.

*Meleghegyi László* (Pécs, Nagy Lajos Gimn. III. o. t.)

*Megjegyzés.* $t_2$ értékére tájékoztató becslést kapunk az $ABCD$ deltoid területéből. A Pythagorász-tétel szerint $AA_1=14$ cm, $CC_1=6$ cm, így $AC=4$ cm, másrészt $O_1B$-nek $O_1O_2$-n levő $31\sqrt2/6$ hosszúságú vetületéből $BD=5\sqrt2/3$, így a deltoid területe $10\sqrt2/3\approx 4{,}7\ \mathrm{cm}^2$. – Másképpen, $ABCD$-t két irányban $R-r=2$ cm magasságú paralelogrammával helyettesítve az adódik, hogy területe legalább $(R-r)^2=4\ \mathrm{cm}^2$.

*Tattay Emőke* (Budapest, Kaffka Margit lg. III. o. t.)