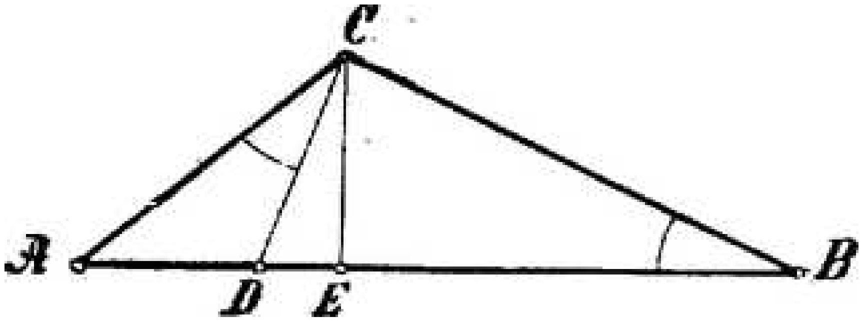
240. Hol a hiba? ABC ferdeszögű háromszögben meghúzzuk a magasságot CE-t, továbbá CD-t úgy, hogy $ACD \sphericalangle = DBC \sphericalangle$.



Jelöljük ABC háromszög területét T-vel, ACD háromszögét t-vel. Minthogy ABC és ACD háromszögek hasonlók, kapjuk, hogy:

(1) $$T : t = \overline{CB}^2 : \overline{CD}^2$$

Minthogy továbbá a két háromszögnek közös magassága van, kapjuk, hogy:

(2) $$T : t = AB : AD$$

(1) és (2)-ből következik, hogy:

$$\overline{CB}^2 : \overline{CD}^2 = AB : AD$$

vagy

(3) $$\overline{CB}^2 : AB = \overline{CD}^2 : AD.$$

De

(4) $$\overline{CB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2AB \times AE$$

és

(5) $$\overline{CD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2AD \times AE$$

s így (3)-ból nyerjük, hogy

$$\frac{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2AB \times AE}{AB} = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2AD \times AE}{AD}$$

$$\frac{\overline{AC}^2}{AB} + AB = \frac{\overline{AC}^2}{AD} + AD$$

$$\frac{\overline{AC}^2}{AB} - AD = \frac{\overline{AC}^2}{AD} - AB$$

$$\frac{\overline{AC}^2 - AB \times AD}{AB} = \frac{\overline{AC}^2 - AD \times AB}{AD}$$

A számlálók egyenlők, tehát a nevezők is egyenlők s így

$$AB = AD$$

a mi lehetetlen. *Hol követtük el a hibát?*