

Az (1) követelmény bal oldala a  $P(x, y)$  pont és az  $O$  origó  $\rho$  távolságának négyzetét jelenti. Így  $\rho^2 \leq 25$ , és mivel  $\rho$  nem lehet negatív,  $0 \leq \rho \leq 5$ . Eszerint  $P$  csak az  $O$  körül 5 egységnyi sugárral írt  $k$  kör belsejében és a kerületén lehet.

Tegyük fel egyelőre, hogy  $x + y \neq 0$  és  $y \neq 0$ , és alakítsuk (2)-t a következőképpen:

$$-1 \leq \frac{x + y - y}{x + y} = 1 - \frac{y}{x + y} \leq 1,$$

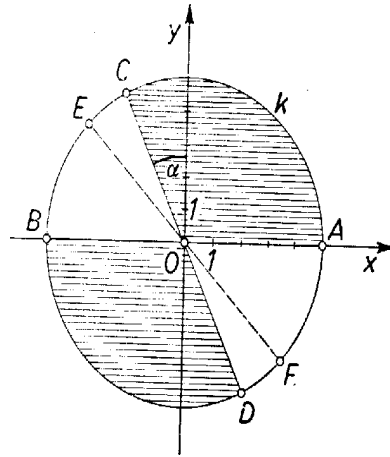
majd mindenütt 1-et levonva, azután  $(-1)$ -gyel szorozva – ami által az egyenlőtlenségek iránya megfordul –

$$2 \geq \frac{y}{x + y} \geq 0.$$

Innen a reciprok értékekre áttérve

$$\frac{x + y}{y} = \frac{x}{y} + 1 \geq \frac{1}{2}, \quad \frac{x}{y} \geq -\frac{1}{2}.$$

Az  $x/y$  hányados annak a szögnek a tangensét jelenti, amelyet az  $(x, y)$  ponton és az origón át húzott egyenes az  $Y$ -tengellyel bezár, amennyiben a szöget, ill. a forgást a szokásossal ellentétes irányban mérjük. Legyen  $OC$  a  $k$ -nak az a sugara, amelynek a pozitív forgási irányban mért  $YOC = \alpha$  szögére  $\operatorname{tg} \alpha = 1/2$ , legyen  $k$ -nak  $C$ -vel átellenes pontja  $D$ , és az  $X$ -tengelybe eső átmérője  $AB$ .



Ekkor a fentiek szerint a kérdéses pontok az  $AOC$  és  $BOD$  körcikkek pontjai. Az  $OA$  és  $OB$  sugarak pontjaira  $y = 0$ , amit fent kizártunk; látjuk azonban, hogy ezekre (2) teljesül, mert így  $x/(x + y) = 1$ . Kivétel mégis az origó, mert ott (2)-nek nincs értelme. Más az  $x + y \neq 0$  feltétellel kizárt pont nem esik az  $AOC$  és  $BOD$  síkrészekbe, mert az  $x + y = 0$  egyenletet kielégítő pontokra (az origó kivételével)  $x/y = -1 < -1/2$ .

*Szarka György* (Budapest, Rákóczi F. g. III. o. t.)