Pythagoras.

(Folytatás.)

Pythagoras hányatott élete és sorsának mondaszerű homálya miatt nem igen valószínű, hogy arczképei vagy szobrai híven visszaadják képét, és így a Decius császár korából (249-251 Kr.u.) ránk maradt samosi pénz is mindenesetre Pythagorasnak csak képzeleti képét adja (1. ábra).

A mathematika a pythagoreusok filozófiájával szoros összeköttetésben áll, mert ennek alapgondolatát is így fejezték ki: "Szám és harmónia a mindenség alapja". Mindenesetre nehéz ebből a fogalmazásból az értelmet kiolvasni; nyilván az értendő, hogy minden dolgot szám által lehet kifejezni, mert minden tárgy megszámlálható, nagysága szám által kifejezhető. Ebből kifolyólag az iskola tagjai sokat foglalkoztak mathematikával és sok érdekes számbeli összefüggést ismertek és nagyfokú mathematikai ismeretekre tettek szert. Szerették az egyes számokat magyarázni, azoknak különös jelentőséget tulajdonítani; így pl.: "Az egység minden szám eredete és kezdete, de maga nem szám", az egység maga még zárt, semmiféle ellentét még nem nyilatkozik benn. A 2 fontos szám volt, mert az első páros szám; ebben már fellép az ellentét. A 3 is lényeges szám, mint az 1-nek és 2-nek szülötte; az 1 és 2 mint ellentétek a 3-ban kibékülnek. A 4 még fontosabb szám volt, mert a 2-nek négyzete, szerintük tehát az első négyzetszám. A 10 is különös tiszteletben állott, mert a négy első szám összege: $1+2+3+4=10$. Úgylátszik, valami esküfélét is mondtak a 10-re. Sőt a 36 meg éppen szent szám volt; erre is esküdtek. A 36-nak az a tulajdonság szerezte meg e kiváló szerepet, hogy az első négy páros és az első négy páratlan szám, vagyis a nyolcz első szám összege: $36=(2+4+6+8)+(1+3+5+7)$.

De kiváló szám volt már maga a 6 is, mert ez az első három számnak összege is, meg szorzata is:

$$6=1+2+3$$

$$6=1.2.3,$$

vagyis a hogy ők fejezték ki: a hat az osztóinak az összege és e miatt tökéletes számnak is nevezték. Más ily tökéletes szám a 28 is, mert ez is osztóinak az összege: $28=1+2+4+7+14$.

Megjegyzendő azonban, hogy a tökéletes számokról kimutatott tulajdonság szigorú mathematikai szempontból nem is helyes, mert ha 28-nak egyik osztójául az 1-et vesszük, úgy egy másik osztója maga a 28 is, mert hiszen éppen: $1\times 28=28$. A 28-nak mint osztónak való elhagyása tehát önkényes. Ugyanez a megjegyzés áll mindazokra a számokra, melyeket Pythagoras tökéleteseknek nevezett, mint a milyen pl. a 496 is, mely ilyen szerkezetű:

$$496=1+2+4+8+16+31+62+124+248.$$

Ebben is szerepel mint osztó az 1, de a 496 nem.

Pythagoras bárminemű dolgot számokra vezetett vissza és ezekkel magyarázta a dolgot. Egyszer azt kérdezték tőle, hogy mi a barát, mire ő azt felelte: "Oly valaki, a ki a másiknak Én-je, mint 220 és 284". Ebből nem lehet sokat megérteni magyarázat nélkül: e két szám mindegyike a másik szám osztóinak az összege; ugyanis 220-nak osztói: $1,2,4,5,10,20,44,55,110$ és 284-nek osztói: $1,2,4,71,142$ és összefüggésük az, hogy:

$$220=1+2+4+71+142 \text{ és}$$

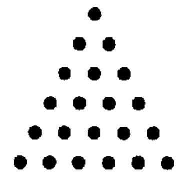
$$284=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110.$$

Ilyeneket Pythagoras baráti számoknak nevezett.

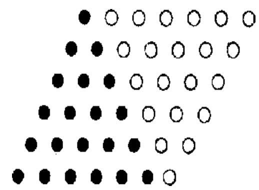
Mindezek lényegtelen, nem komoly, játékszerű dolgok, de foglalkozott Pythagoras fontosabb mennyiségtani dolgokkal is, milyenek az egyszerűbb sorok; így pl. tudta, hogy a természetes számsor n tagjának összege:

$$1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

és az ilyen összegszámot háromszöges számoknak nevezte; hogy miért így? azt a természetes számsor tagjainak geometriai alakzata magyarázza meg.

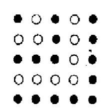


Könnyen belátható, hogy ez az ábrázolás adta meg a módot arra, hogy a sor összegét kiszámíthatta. Egy másik ily pontháromszöget kellett az első mellé helyezni, hogy mindkettő együtt parallelogrammot adjon, a melynek tehát n sora van, mindegyik sorában $n+1$ számú ponttal s így $n(n+1)$ a parallelogramm pontjainak száma, mint a háromszög pontjainak kétszerese.



Látni való, hogy ez ugyanaz az eljárás, a melyet mi namapság algebrailag követünk az által, hogy a számtani sorhoz ugyancsak a számtani sort magát adjuk fordított rendben.

A természetes számsoron kívül ismerte Pythagoras még a páratlan számok sorát is és tudta azt, hogy ennek összege mindig négyzetszám. Valószínűleg abból indult ki, hogy négyzetet alkotó pontokat mindig páratlan számú pontokból álló tört sorokból lehet összeállítani.



A páros számok sorát és ennek összegét $(n(n+1))$ is ismerte.

Úgy látszik, nemcsak követői ismerték, de már Pythagoras maga határozta meg és nevezte el két számnak számtani, mértani és harmonikus közepét; ezek, mint tudjuk:

$$\frac{a+b}{2}, \quad \sqrt{ab} \quad \text{és} \quad \frac{2ab}{a+b}.$$

Kiválóan a harmonikus közép elnevezése is érdekes: úgy látta, hogy valamely számhoz, annak kétszereséhez és ezek számtani közepéhez oly negyedik számot lehet találni, hogy e négy szám mértani aránylatot ad. Pl. 6 és 12 között a számtani közép 9; ha ezekhez 8-at csatolunk negyedik számnak, úgy tényleg:

$$6 : 8 = 9 : 12.$$

E negyedik szám egyszersmind oly tulajdonságú, hogy reciprok értéke számtani közép valamely adott számnak és kétszeresének reciprok értékei között.

$$\frac{1}{8} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{12}}{2}$$

Pythagoras azonban az előbbi aránylatban a diatonikus skála primjének, quartjának, quintjének és oktávjának rezgésszámaira ismert rá. Eme zenei jelentőségénél fogva "harmonikus közép"-nek nevezte el az előbb említett negyedik számot.

Budapest,

Baumgartner Alajos.