x_1 és x_2 kielégítik az adott egyenletet, ebből két elsőfokú egyenletet kapunk az ismeretlen A, B együtthatókra. x_1-gyel

$$1{,}4641+1{,}331A+35{,}3925-44{,}308+B=0,$$

azaz

$$1{,}331A+B=7{,}4514;$$

hasonlóan x_2-vel

$$13{,}824A+B=-104{,}9856.$$

E rendszerből $A=-9$, $B=19{,}4304$ és (1) így alakul:

$$x^4-9x^3+29{,}25x^2-40{,}28x+19{,}4304=0. \tag{2}$$

Másrészt (2) bal oldala osztható az $x-x_1=x-1{,}1$ és $x-x_2=x-2{,}4$ gyöktényezőkkel, tehát szorzatukkal $x^2-3{,}5x+2{,}64$-dal is, mert e gyöktényezőknek nincs közös osztója. Az osztási hányados az a polinom lesz, amelynek értéke a további gyökök mellett 0. Ebből kapunk egyenletet a további gyökökre. Már most az ismert eljárással

$$\begin{array}{llllll}
\left(x^4-9x^3\right. & +29{,}25x^2 & -40{,}28x & \left.+19{,}4304\right):\left(x^2-3{,}5x+2{,}64\right)= & & \\
\underline{-x^4\mp3{,}5x^3} & \underline{\pm2{,}64x^2} & & =x^2-5{,}5x+7{,}36 & & \\
\quad -5{,}5x^3 & +26{,}61x^2 & & & & \\
\quad \underline{\mp5{,}5x^3} & \underline{\pm19{,}25x^2} & \underline{\mp14{,}52x} & & & \\
 & 7{,}36x^2 & -25{,}76x & & & \\
 & \underline{-\ 7{,}36x^2} & \underline{\mp25{,}76x} & \underline{\pm19{,}4304} & & \\
 & & 0 & & &
\end{array}$$

és az így adódó

$$x^2-5{,}5x+7{,}36=0 \tag{3}$$

egyenletből $x_3=2{,}3$, $x_4=3{,}2$

Szegő Károly (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Az osztási eljárás helyett egyszerűbben jutunk el (3)-hoz, ha a negyedfokú egyenlet gyöktényezős alakjában x^4 együtthatóját 1-nek vesszük, a zárójeleket felbontjuk:

$$\begin{gathered}
(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)=x^4-(x_1+x_2+x_3+x_4)x^3+\\
+(x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4)x^2-(x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+\\
+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4)x+x_1x_2x_3x_4=0,
\end{gathered}$$

és figyelembe vesszük, hogy ekkor x^3 együtthatója a gyökök összegének (-1)-szerese, az x-től mentes tag pedig a gyökök szorzata. Eszerint

$$1{,}1+2{,}4+x_3+x_4=9 \quad \text{és} \quad 1{,}1\cdot2{,}4x_3x_4=19{,}4304,$$

innen

$$x_3+x_4=5{,}5 \quad \text{és} \quad x_3x_4=7{,}36,$$

ezekből pedig felírható (3).

Farkas Henrik (Eger, Dobó I. g. IV. o. t.)

2. Lényegében ismét a gyöktényezős alak felhasználásával megoldhatjuk (1)-et A és B értékének kiszámítása nélkül is. Jelöljük (1) bal oldalát $F(x)$-szel, azt a másodfokú polinomot, amely az ismert x_1 és x_2 helyeken veszi fel a 0 értéket, $G(x)$-szel, vagyis

$$G(x)=(x-x_1)(x-x_2)=(x-1{,}1)(x-2{,}4)=x^2-3{,}5x+2{,}64,$$

az a másodfokú polinom pedig, amelynek két 0-helye a hátralevő két gyök, legyen a következő:

$$H(x)=x^2-sx+p.$$

Ekkor a $G(x)$ $H(x)$ szorzat azonos $F(x)$-szel. Már most

$$\begin{gathered}
G(x)\cdot H(x)\equiv\left(x^2-3{,}5x+2{,}64\right)\left(x^2-sx+p\right)=x^4-(3{,}5+s)x^3+\\
+(p+3{,}5s+2{,}64)x^2-(3{,}5p+2{,}64s)x+2{,}64p.
\end{gathered}$$

Az azonosságból következik, hogy x ugyanazon kitevős hatványainak a bal és a jobb oldalon fellépő együtthatói egyenlők. Így x^2 és x együtthatóiból

$$\begin{aligned} p+3{,}5s+2{,}64 &= 29{,}25 \\ 3{,}5p+2{,}64s \quad &= 40{,}28, \end{aligned}$$

elsőfokú egyenletrendszert kapunk $H(x)$ ismeretlen együtthatóira. Innen $p=7{,}36$, $s=5{,}5$, ami szerint $H(x)$ azonos (3) bal oldalával.

Butor László (Budapest, I. István g. III. o. t.)