

A megoldást csak az $x \geq 2$ értékek között kereshetjük, különben a belső gyökök nem valósak. A két külső gyökjel alatti kifejezés így írható:

$$\begin{aligned}x + 2 + 4\sqrt{x-2} &= (x-2) + 4\sqrt{x-2} + 4 = (\sqrt{x-2} + 2)^2, \\x + 7 - 6\sqrt{x-2} &= (x-2) - 6\sqrt{x-2} + 9 = (\sqrt{x-2} - 3)^2,\end{aligned}$$

ennélfogva a bal oldal két tagja $|\sqrt{x-2}+2|$ és $|\sqrt{x-2}-3|$. Az előbbi kifejezés egyenlő $\sqrt{x-2}+2$ -vel, mert ez pozitív, ugyanis $\sqrt{x-2}$ nem lehet negatív. Ezzel szemben $\sqrt{x-2}-3$ -ra annak előjele szerint két esetet kell tekintenünk.

a) Ha $\sqrt{x-2}-3 \leq 0$, vagyis $x-2 \leq 3^2$, $x \leq 11$, akkor (1) így alakul:

$$(\sqrt{x-2} + 2) + (3 - \sqrt{x-2}) = 5,$$

eszerint (1) minden szóbjövő x -re, vagyis $2 \leq x \leq 11$ -re teljesül.

Ha pedig $\sqrt{x-2}-3 > 0$, vagyis $x-2 > 3^2$, $x > 11$, akkor

$$(\sqrt{x-2} + 2) + (\sqrt{x-2} - 3) = 5,$$

és innen $\sqrt{x-2} = 3$, $x = 11$ ez ellentmond $x > 11$ -nek, tehát ilyen megoldás nincs.

Összefoglalva: az adott egyenletet a 2 és 11 közé eső számok és csak ezek elégítik ki, mindkét határt megengedve. Azt is mondhatjuk, hogy (1) a $2 \leq x \leq 11$ intervallumban azonosság.

Gombás Judit (Budapest, Ságvári E. Gyak. Ig. III. o. t.)