Tankönyveink, legalább a kezemben forgottak, s ezek között a nagyon elterjedt Mocnik-féle is Wagner úr átdolgozásában, nemcsak hogy nem fejtik ki, de semmi utasítást sem adnak arra nézve: mire kell a kezdőnek kiválóan figyelnie, ha két egyenes képezte szöget kell meghatároznia a szárak egyenleteiből. E körülmény részben az oka, hogy az

$$E_1 \equiv A_1x + B_1y + C_1 = 0 \qquad \text{és} \qquad E_2 \equiv A_2x + B_2y + C = 0$$

egyenesek hajlásszögének tangensét

egyik

$$\frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2},$$

másik

$$\frac{A_1B_1 - A_1B_2}{A_1A_2 + B_1B_2}$$

képlet szerint határozván meg: két különböző eredmény származik, ami aztán ezt a hiedelmet kelti nemcsak a tanulóban, hanem mint alkalmam volt meggyőződni, még kiváló methodikus hírében álló tanárban is, hogy az analytikai mód a szóban forgó czélra megbízhatatlan. Alig pár éve, hogy a "Zeitschrift für das Realschulwesen"-ben egy idevágó hosszadalmas értekezést olvastam, a mire elébbi megjegyzésem vonatkozik.

Pedig a dolog éppen ellenkezőleg áll s az eset csak azt bizonyítja, hogy a fogalmak szabatos megállapítása és kellő distinctio nélkül nem lehet semmi kérdést kellően tárgyalni még kevésbé megoldani.

Az, amint esetleg fennakadás történik, nem mindig a módszer megbízhatatlanságát, hanem éppen, mint a szóban forgó esetben is, annak kiváló praecisitását bizonyítja. Nem fölösleges tehát a használatos képlet kifejtése alkalmából is hangsúlyozni, hogy két egyenes általában két különböző szöget képez, melyeket, ha az óramutatóéval ellenkező forgást tekintjük positivnak, rendre (E_1E_2) és (E_2E_1) alakban jelölünk meg, úgy értvén mindig a dolgot, hogy első esetben E_1-et forgattuk E_2 helyzetébe, második esetben E_2-t E_1-ébe, a positív forgás irányában.

Minthogy pedig

$$(E_1E_2) + (E_2E_1) = \pi,$$

látni való, hogy az elébb felírt képletek elseje (E_1E_2), másodika (E_2E_1) meghatározására vezet, mindig positiv szögeket tételezvén föl, már pedig

$$(E_2E_1) = \pi - (E_1E_2),$$

tehát általában két különböző szögről van szó.

Két egyenes hajlásszögéül, megállapodás szerint tekinthetjük az általuk képezettek közül a hegyes szöget éppen úgy, mint az egyenesnek a síkhoz hajlása meghatározásánál s akkor az elébbi képletek bármelyikét használván, az eredményt mindig positivnak kell vennünk.

Az elébb kifejtettekre azonban feltétlenül szükség van, mihelyt három egyenes alkotta háromszög belső szögei meghatározásáról van szó. Itt elengedhetetlen annak figyelemben tartása, hogy az a, b, c oldalú háromszögnek szögeit rendre:

$$A = (cb), \qquad B = (ac) \qquad C = (ba)$$

szerint képezzük, mert rendszer nélkül járván el, hol a belső, hol a külső szöget határoznók meg. Ez esetben tehát, ha

$$a \equiv A_1x + B_1y + C_1 = 0, \qquad b \equiv A_2x + B_2y + C_2 = 0, \qquad c \equiv A_3x + B_3y + C_3 = 0$$

a positív forgás irányában egymásra következő oldalak egyenletei;

$$\tan A = \frac{A_3B_2 - A_2B_3}{A_2A_3 + B_2B_3}, \qquad \tan B = \frac{A_1B_3 - A_3B_1}{A_1A_3 + B_1B_3}, \qquad \tan C = \frac{A_2B_1 - A_1B_2}{A_1A_2 + B_1B_2}$$

szolgáltatják a szögeket teljes megbízhatósággal. Ha azonban nem tudjuk hamarosan, az oldalak egyenleteinek szerkesztése nélkül eldönteni: mily sorban következnek egy tetszés szerinti cyklusban írt egyenletek által jelentett egyenesek a positív fordulás irányában: e felvett cyklus szerint a kifejtettek értelmében képezvén a szögek tangenseit, ha ezek mindannyian positivok vagy legfölebb egy közülök negatív: ez biztos jel, hogy az eredmények a szögeket helyesen adják, de ha a szögek tangensei közül legalább kettő negatív, ez a felvett cyklus nem kellő volta mellett bizonyít, s így a szögfüggvényeket éppen ellenkező jellel kell vennünk, valamint ekkor is, ha mindhárom függvény negatív értékű volna.

Maksay Zsigmond.