

Hogy a bal oldalon álló kifejezéseknek legyen értelmük a valós számok körében, mindegyik négyzetgyökről fel kell tennünk, hogy alatta nem negatív szám áll. Ebből a belső gyökre $a^2 - 1 \geq 0$, azaz vagy $a \leq -1$, vagy $a \geq 1$. Ekkor $\sqrt{a^2 - 1} < \sqrt{a^2} = |a|$, ezért az első (külső) gyök alatti szám akkor pozitív ha $a \geq 1$. Így a második gyök alatt is pozitív szám áll.

Vegyük észre, hogy a két x -kitevős hatvány alapja egymás reciproka:

$$\sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} \cdot \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 1}} = \sqrt{a^2 - (a^2 - 1)} = 1.$$

Ennek alapján a bal oldal első tagját y -nal jelölve egyenletünk így egyszerűsödik:

$$y + \frac{1}{y} = 2a,$$

innen pedig

$$y_{1,2} = a \pm \sqrt{a^2 - 1},$$

a két gyök egymás reciproka. Most már

$$\left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}} \right)^x = y_1 = a + \sqrt{a^2 - 1} - \text{ből:}$$

$$x = \frac{\lg(a + \sqrt{a^2 - 1})}{\lg \sqrt{a + \sqrt{a^2 - 1}}} = 2,$$

feltéve, hogy itt a nevező nem 0, vagyis $a + \sqrt{a^2 - 1} \neq 1$; és hasonlóan $y_2 = a - \sqrt{a^2 - 1}$ -gyel $x_2 = -2$.

Valóban, $x = 2$ -vel a bal oldal értéke

$$(a + \sqrt{a^2 - 1}) + (a - \sqrt{a^2 - 1}) = 2a,$$

$x = -2$ -vel e két tag helyett reciprokukat kell vennünk, ez pedig fenti megállapításunk szerint azt jelenti, hogy a két tag sorrendre felcserélődik, így $x = -2$ szintén gyök.

A kizárt eset következik be, ha $a = 1$; ekkor az egyenlet $1^x + 1^x = 2$ alakú, ezt bármely x kielégíti.

Ungár Tamás (Budapest, Toldy F. g. III. o. t.)