

I. megoldás: Az első feltevésből szorzással és a kifejezéseknek egyetlen szám logaritmusaként való feltüntetésével

$$2 \lg 2 + \lg 3 = \lg (2^2 \cdot 3) = b \lg 3 = \lg 3^b,$$

innen $3^b = 12$, és a bizonyítandó egyenlőség bal oldalának értéke 14. Hasonlóan a második feltevésből $3^c = 2$, így a jobb oldal értéke ugyancsak 14. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Fischer Ádám (Pécs, Zipernovszky K. gépip. t. II. o. t.)

II. megoldás: Az első feltevésből tagonkénti osztással adódik: $2c + 1 = b$. Helyettesítsük ezt a bizonyítandó egyenlőségnek 0-ra redukált alakjába, és kérdezzük, mely c mellett áll fenn:

$$3 \cdot (3^c)^2 - 7 \cdot 3^c + 2 = 0.$$

Ez 3^c -re másodfokú egyenlet, teljesül, ha egyrészt $3^c = 2$ azaz $c = \lg 2 / \lg 3$, amit éppen második feltevésünk biztosít, továbbá ha $3^c = 1/3$, $c = -1$.

Szabó Zoltán (Debrecen, Fazekas M. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzések. **1.** A bizonyítandó egyenlőség 10-es helyett bármely a -alapú logaritmusokkal fennáll, ha $a > 0$ és $a \neq 1$.

Molnár Emil (Győr, Révai M. g. III. o. t.)

2. A határozott 2 és 3 számok helyett is írhatjuk tetszés szerinti pozitív szám logaritmusát. Általában ha x és y pozitívok, és

$$\frac{{}^a_2 \log x + {}^a \log y}{{}^a \log y} = b \quad \text{és} \quad \frac{{}^a \log x}{{}^a \log y} = c.$$

akkor

$$y^b + x = (xy + 1)y^c.$$

Kiss Ádám (Budapest, Rákóczi F. g. IV. o. t.)