Megmutatjuk, hogy amennyiben az A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) rácspontok az adott pont körül r sugárral írt körön vannak, vagyis kielégítik annak

$$(x-\sqrt{2})^2+(y-1/3)^2=r^2$$

egyenletét, akkor B azonos A-val, vagyis egynél több ilyen pont nem lehet. Valóban, így az

$$\left(x_1-\sqrt{2}\right)^2+(y_1-1/3)^2=r^2$$
$$\left(x_2-\sqrt{2}\right)^2+(y_2-1/3)^2=r^2$$

egyenlőségek különbségét képezve rendezés után

$$x_1^2-x_2^2+y_1^2-y_2^2-2(y_1-y_2)/3=2\sqrt{2}(x_1-x_2). \tag{1}$$

Itt a bal oldali szám az x_1, x_2, y_1, y_2, 2, 3 egész számokból a négy alapművelettel áll elő, tehát racionális. Így a jobb oldali szám is racionális, ami csak úgy lehet, ha $x_1-x_2=0$, vagyis $x_2=x_1$, B abszcisszája egyenlő A-éval. Ekkor (1) így egyszerűsödik:

$$y_1^2-y_2^2-2(y_1-y_2)/3=(y_1-y_2)(y_1+y_2-2/3)=0.$$

A második tényező törtszám (mert y_1+y_2 egész), azaz nem 0, kell tehát, hogy az elsőre álljon: $y_1-y_2=0$, $y_2=y_1$. Eszerint B és A ordinátában is egyeznek, és így valóban $B\equiv A$, amit bizonyítani akartunk.

Fazekas Ferenc (Budapest, Fáy A. g. III. o. t.)