Válasszuk a koordinátarendszer origójának O-t, X-tengelye pozitív felének az OK félegyenest, hosszegységének az OK szakaszt (feltéve természetesen, hogy $O \not\equiv K$), így $K(1,0)$, legyen végül $L(a,b)$, és ekkor $M\left(\frac{1+a}{2},\ \frac{b}{2}\right)$. A $+90^\circ$-os forgatással K új helyzete: $K_1(0,1)$, L-é pedig a -90°-os forgatás után $L_1(b,-a)$, vagyis L_1 abszcisszája annyi, mint L ordinátája, L_1 ordinátája pedig L abszcisszájának -1-szerese. Valóban, L vetülete az Y, ill. X tengelyen $L_y(0,b)$, ill. $L_x(a,0)$; a -90°-os forgatás az Y-tengely két felét az X-tengely ugyanolyan jelű két felébe viszi át, tehát L_y az $L_{1x}(b,\,0)$-ba jut, viszont az X-tengely két fele az Y-tengely ellentett jelű két felébe fordul, ezért L_x új helyzete $L_{1y}(0,-a)$; e két vetületből állítottuk össze L_1 koordinátáit.

Így a kívánt szakaszok hossza

$$K_1L_1 = \sqrt{(b-0)^2+(-a-1)^2} = \sqrt{b^2+(a+1)^2},$$
$$OM = \sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{b^2+(a+1)^2},$$

tehát valóban $K_1L_1 = 2\,OM$. Az iránytangensek pedig $(-a-1):b$, ill. $\frac{b}{2}:\frac{1+a}{2}$, szorzatuk -1, ez mutatja a kívánt merőlegességet.

Grallert Ferenc (Miskolc, Földes F. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. 1. Ügyes megválasztása a rendszernek az is, ha egyik, pl. az Y tengelynek OM-et vesszük és az origó ismét O. Így K és L abszcisszáinak összege 0, egyik a másiknak -1-szerese, ezért K_1 és L_1 ordinátái megegyeznek, K_1L_1 párhuzamos az X-tengellyel. Evvel az előírt merőlegességet igazoltuk.

Sillay Bálint (Budapest, Rákóczi F. g. IV. o. t.)

2. Több dolgozat a komplex számsíkon végzett számítással is igazolta az állítást.